2025年2月3日

順天堂大学

(制限時間 理科2科120分)

医学部専門予備校



答 解

Ι

第1問

- - (8)

(8)

- (2)
- (2)
- $\overline{(7)}$

- 6

- (5)

第2問

- 1 2
- (7)
- (3)
- (9)
- (8)

2

第3問

- (3)
- (6)
- (2)
- (1)
- (5)

 $\overline{(7)}$ 6

II

問1 微小時間 At における三角形 OPQ の面積変化 AS は,

$$\Delta S = \frac{1}{2}(x + v\Delta t) \cdot 2(x + \Delta t) \tan \theta - \frac{1}{2}x \cdot x \tan \theta = 2xv \tan \theta \Delta t$$

と表せるから、閉回路PQOPを貫く磁束の変化の大きさ $\Delta \Phi$ は、

$$\Delta \Phi = B \Delta S = 2Bxv \tan \theta \cdot \Delta t$$

(答) $2Bxv\tan\theta \cdot \Delta t$

問 2 回路に生じる誘導起電力の大きさは $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 2Bxv an \Theta$ であり, PQ間の抵抗値は $\sigma \cdot 2x \tan \theta$ であるから、流れる電流の強さ I は

$$I = \frac{2Bxv\tan\theta}{\sigma \cdot 2x\tan\theta} = \frac{Bv}{\sigma}$$

(答)
$$\frac{Bv}{\sigma}$$

問3 金属棒には右向きに $IB \cdot 2x \tan \theta$ の力を受けるため、運動量変化と力積の関係より、

$$m \Delta v + \underbrace{\frac{2B^2 \tan \theta}{\sigma}}_{t_0} \times xv \, \Delta t = 0$$

(答)
$$\frac{2B^2 \tan \theta}{\sigma}$$

問 4(a) 与えられた式(2)より, $mv+\frac{B^2\tan\theta}{\sigma}x^2$ が時刻によらない定数であることから, t=0における値 $v=v_0$, x=0を代入した値と等しい。よって,

$$mv + \frac{B^2 \tan \theta}{\sigma} x^2 = mv_0 \qquad \therefore \quad v = v_0 - \frac{B^2 \tan \theta}{m\sigma} x^2$$
(答) $v_0 - \frac{B^2 \tan \theta}{m\sigma} x^2$

(b) 十分時間が経過したとき $x = x_f$, v = 0であることから,

$$\frac{B^2 \tan \theta}{\sigma} x_f^2 = m v_0 \qquad \therefore \quad x_f = \sqrt{\frac{m \sigma v_0}{B^2 \tan \theta}}$$
(答) $\sqrt{\frac{m \sigma v_0}{B^2 \tan \theta}}$

(c) x の位置に達するまでに発生したジュール熱をQとすると、回路と金属棒のエネルギー収支から、

$$\frac{1}{2}mv^2 + Q = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\therefore Q = \frac{1}{2}m(v_0^2 - v^2) = \frac{B^2 \tan \theta}{2\sigma}x^2 \left(2v_0 - \frac{B^2 \tan \theta}{m\sigma}x^2\right)$$

$$(\stackrel{\triangle}{\cong}) \frac{B^2 \tan \theta}{2\sigma}x^2 \left(2v_0 - \frac{B^2 \tan \theta}{m\sigma}x^2\right)$$

解説

第1問

問 1 棒の長さをLとして、糸の張力の鉛直成分の大きさを T_y 、斜面から棒にはたらく垂直抗力の大きさをNとすれば、

鉛直方向の力のつり合い: $T_y + N\cos 30^\circ = W$

棒の上端まわりの力のモーメントのつり合い: $L \times N\cos 30^\circ = \frac{L}{2} \times W\sin 30^\circ$ これらより N を消去すれば、

$$T_y = \frac{3}{4}W$$

問 2 球の表面から離れる瞬間の速さをvとすれば、離れる瞬間には垂直抗力が0であることから、点Oへ向かう向きの運動方程式より、

$$m\frac{v^2}{r} = mg\cos\theta$$

が成り立つ。また、力学的エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgr(1 - \cos\theta)$$

が成り立つ。これらよりvを消去して $\cos\theta$ について解けば、

$$\cos heta = rac{2}{3} + rac{1}{3} imes rac{{v_0}^2}{gr}$$

問 3 x 軸上を正の向きに進む正弦波による媒質の変位 y は、振幅 A 、周期 T 、波長 λ を 用いて $y = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ と表される。波の速さ V は $V = 2.5\,\mathrm{m/s}$ であり、図 3 より、 $T = 0.8\,\mathrm{s}$ であることから、 $\lambda = VT = 2.0\,\mathrm{m}$ である。図 3 より、 $A = 0.5\,\mathrm{m}$ で あるから、y (m) を t (s) 、x (m) で表すと、

$$y = 0.5 \sin\left(\frac{2\pi}{0.8}t - \frac{2\pi}{2}x\right) = \underbrace{0.5 \sin(2.5\pi t - \pi x)}_{4 : 2}$$

問 4 媒質 1 内の波の波長は $3.0\,\mathrm{cm}$, 周期は $0.30\,\mathrm{s}$ であるから, 媒質 1 内での波の速さ v_l は

$$v_1 = \frac{3.0 \,\mathrm{cm}}{0.30 \,\mathrm{s}} = 10 \,\mathrm{cm/s}$$

である。媒質 2 内での波の速さを v_2 とすると、入射角が 30° 、屈折角が 60° であることに注意して、

$$v_2 = \frac{\sin 30^{\circ}}{\sin 60^{\circ}} v_1 = \frac{10 \,\mathrm{cm/s}}{\sqrt{3}} \stackrel{.}{=} \frac{10}{1.7} \,\mathrm{cm/s} \stackrel{.}{=} \frac{5.9 \,\mathrm{cm/s}}{\frac{5}{1.7} \,\mathrm{cm/s}}$$

※ 最後の計算を有理化してから行うと,

$$\frac{10\sqrt{3}}{3} \, \text{cm/s} = \frac{17}{3} \, \text{cm/s} = 5.7 \, \text{cm/s}$$

となるが、最も近い値を選べばやはり⑦となる。

問 5 状態 A の気体の圧力を p とすると、状態方程式より、

$$p = \frac{nRT}{V}$$

である。定圧過程 $A \to B$ における気体の体積変化を ΔV とすれば、気体が外部にした 仕事は $p\Delta V$ と表されるため、

$$p\Delta V = \frac{5}{2}nRT$$
 \therefore $\frac{nRT}{V}\Delta V = \frac{5}{2}nRT$ \therefore $\Delta V = \frac{5}{2}V$

である。よって、状態Bの気体の体積は

$$V + \Delta V = \frac{7}{2}V$$

である。この過程で気体が吸収した熱量は,

$$\frac{5}{2}p\Delta V = \frac{25}{4}pV = \frac{25}{4}nRT$$

問 6 電気力線の本数の定義より、電気量Qの点電荷から出る電気力線の総本数は $4\pi kQ$ である。単位長さあたり σ の電気量で帯電した金属棒から距離rの位置におけ 8 \odot

る電場の強さをEとする。金属棒を中心軸とする半径r,高さhの円柱状領域を考えると、対称性から、電気力線は円柱側面(円筒面)を一様に貫く。円柱内部の電気量は σh であるから、この円柱状領域にガウスの法則を適用すれば、

$$E \cdot 2\pi r h = 4\pi k \cdot \sigma h$$

$$\therefore E = \frac{2k\sigma}{r}$$

第2問

- 問 1 弾丸が木片に対して静止するまでの間では、弾丸と木片は「一定の大きさ f の抵抗力」を及ぼし合う。したがって弾丸の運動は等加速度運動、木片には抵抗力だけでなくばねによる弾性力が働くため、木片の運動は単振動である。
- (a) 時刻tにおける弾丸の速度をvとする。弾丸の運動量変化と力積の関係より、

$$mv - mv_0 = -ft$$
 \therefore $v = v_0 - \frac{ft}{m}$

- (b) 木片に働く力は -kx+f である。
- (c) 時刻tにおける木片の加速度をAとする。木片の運動方程式より、

$$MA = -kx + f$$
 \therefore $A = -\frac{k}{M} \left(x - \frac{f}{k} \right)$

ゆえに木片の運動は中心 $x=\frac{f}{k}$, 角振動数 $\pmb{\omega}=\sqrt{\frac{k}{M}}$ の単振動である。初期条件 (t=0 において原点で静止していること)より,時刻 t における木片の位置座標 x は,

$$x = \frac{f}{k} - \frac{f}{k} \cos \omega t = \underbrace{\frac{f}{k} \left[1 - \cos \left(t \sqrt{\frac{k}{M}} \right) \right]}_{3:3}$$

問2 木片の速度 Vは,

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{f}{k} \sqrt{\frac{k}{M}} \sin\left(t\sqrt{\frac{k}{M}}\right)$$
 であり、時刻 $t = \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M}{k}}$ を代入したときに $v = V$ となるから、 $v_0 - \frac{f}{m} \cdot \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{f}{k} \sqrt{\frac{k}{M}} \sin\left(\frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \sqrt{\frac{k}{M}}\right)$ $f = \frac{6mMv_0}{3m + \pi M} \sqrt{\frac{k}{M}}$

問3 弾性力による力積の大きさを Iとすると、木片の運動量変化と力積の関係より、

$$MV = ft - I$$
 : $I = ft - MV$

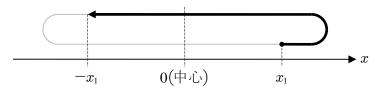
問 2 で求めた V を代入して,

$$I = ft - M\frac{f}{k}\sqrt{\frac{k}{M}}\sin\left(t\sqrt{\frac{k}{M}}\right) = f\left\{t - \sqrt{\frac{M}{k}}\sin\left(t\sqrt{\frac{k}{M}}\right)\right\}$$

問 2 で求めた f と時刻 $t = \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M}{k}}$ を代入して,

$$I = \frac{6mMv_0}{3m + \pi M} \sqrt{\frac{k}{M}} \left\{ \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M}{k}} - \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{1}{2} \right\} = \underbrace{\frac{(\pi - 3)mMv_0}{3m + \pi M}}_{\boxed{5} : \textcircled{8}}$$

問4 一体となった木片と弾丸の単振動は次図のように半周期である。



木片と弾丸の単振動の周期は $2\pi\sqrt{rac{m+M}{k}}$ であるから, $x=-x_1$ に到達する時刻は,

$$t = \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M}{k}} + \underbrace{\pi \sqrt{\frac{m+M}{k}}}_{\boxed{6: @}}$$



第3問

A 問 1 粒子の速度は、器壁に垂直な成分だけが反転するため、運動量変化の大きさは、

$$mv\cos\theta - (-mv\cos\theta) = \underline{2mv\cos\theta}$$

問 2 衝突間で粒子が進む距離は $2r\cos\theta$ であり、この距離を一定の速さvで進むため、

衝突 1 回あたりにかかる時間は $\frac{2r\cos\theta}{v}$ である。したがって、単位時間あたりの衝突

回数は、この逆数として、
$$\frac{v}{2r\cos\theta}$$
と表せる。

問3 問1,2の結果より、速さvの粒子が単位時間に器壁に及ぼす力積の大きさ、すな わち力の大きさFは、

$$F = 2mv\cos\theta \cdot \frac{v}{2r\cos\theta} = \frac{mv^2}{r}$$

となり、 θ にはよらないことがわかる。N個の粒子について器壁に及ぼす力の大きさの合計 F_{tot} を考えると、

$$F_{ ext{tot}} = rac{Nm\overline{v^2}}{r}$$

となる。圧力pは、この F_{tot} を球の表面積 $4\pi r^2$ で割って、

$$p = rac{F_{
m tot}}{4\pi r^2} = rac{Nm\overline{v^2}}{4\pi r^3} \ rac{4\pi r^3}{3 : ext{@}}$$

B 問 4 振動数 f の光子が持つ運動量の大きさが $\frac{hf}{c}$ であることに注意して,問 1, 2 と同様に考えると,この光子が 1 回の衝突で器壁に及ぼす力積の大きさは $\frac{2hf}{c}\cos\theta$ であり,単位時間あたりの衝突回数は $\frac{c}{2r\cos\theta}$ である。よって,この光子が単位時間に器壁に及ぼす力積の大きさ,すなわち力の大きさ F は,

$$F = \frac{2hf}{c}\cos\theta \cdot \frac{c}{2r\cos\theta} = \frac{hf}{r}$$

問 5 N 個の光子が器壁に及ぼす力の大きさの合計 F_{tot} を考えると,

$$F_{\mathrm{tot}} = \frac{Nh\overline{f}}{r}$$

となる。圧力pは、この F_{tot} を球の表面積 $4\pi r^2$ で割って、

$$p = rac{F_{
m tot}}{4\pi r^2} = rac{Nh\overline{f}}{4\pi r^3}$$

問 6 N 個の光子のエネルギーの合計 E は, $E=Nh\overline{f}$ であり,容器の体積 V は $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ であるから,問 5 の結果を E , V で表すと,

$$p = \frac{Nh\overline{f}}{4\pi r^3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{Nh\overline{f}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{E}{3V}$$

となる。よって,

$$\frac{E}{V} = 3p$$

II

問4 問3で得た式

$$m\Delta v + \frac{2B^2 \tan \theta}{\sigma} x v \, \Delta t = 0$$

において、
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
を代入すると、

$$m\Delta v + \frac{2B^2 \tan \theta}{\sigma} x \Delta x = 0$$

となる。ここで,
$$\Delta(x^2) = (x + \Delta x)^2 - x^2 = 2x\Delta x$$
 と近似できることから,

$$x\Delta x = \frac{1}{2}\Delta(x^2)$$
を代入して、

$$m\Delta v + \frac{B^2 \tan \theta}{\sigma} \Delta(x^2) = 0$$

を得る。定数は ⊿の中に入れてもよいから,

$$\Delta \left(mv + \frac{B^2 \tan \theta}{\sigma} x^2 \right) = 0$$

となり、 $mv+\frac{B^2\tan\theta}{\sigma}x^2$ の変化が0、すなわち、 $mv+\frac{B^2\tan\theta}{\sigma}x^2$ が定数であることが導かれた。

これは、 $\Delta \epsilon d$ に置き換えて次のような積分を行ったのと等価である。

$$mdv + \frac{2B^2 \tan \theta}{\sigma} x dx = 0$$

この両辺を積分すると、積分定数が現れることに注意して、

$$m \int dv + \frac{2B^2 \tan \theta}{\sigma} \int x dx = 積分定数$$

$$\therefore mv + \frac{B^2 \tan \theta}{\sigma} x^2 = \text{積分定数}$$

となる。