

2025年2月3日 実施

東海大学

医学部 一般② 物理

(制限時間 70分)

解答
速報医学部専門予備校  D組

解 答

第1問

- (1) $\frac{GM}{R^2}$ (2) \sqrt{gR} (3) $2\sqrt{\frac{6\pi}{Gd}}$
 (4) $(\sqrt{2}-1)m$ (5) $\frac{Rh}{R-h}$

第2問

- (1) オ (2) 250V (3) 1.0A
 (4) 120Ω (5) $\frac{4}{5}$ 倍

第3問

- (1) イ (2) エ (3) ウ (4) オ (5) ウ

第4問

- (1) ア (2) ウ (3) エ (4) ア (5) オ

解 説

第1問

- (1) 地表付近にある質量 μ の質点を考える。地球の自転の効果が無ければ、地表面においてはたらく重力と地球からの万有引力は一致するため、

$$\mu g = \frac{GM\mu}{R^2} \quad \therefore g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{答: } \frac{GM}{R^2}$$

- (2) 小物体の質量を μ 、地表すれすれの円軌道を周回する速さを V_1 とすると、小物体の円運動の方程式より、

$$\mu \frac{V_1^2}{R} = \mu g \quad \therefore V_1 = \sqrt{gR}$$

$$\text{答: } \sqrt{gR}$$

- (3) 半径 $2R$ の円軌道を速さ v で周回しているから、小物体の円運動の方程式より、

$$m \frac{v^2}{2R} = \frac{GMm}{(2R)^2} \quad \therefore v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

を得る。ここで、 $M = \frac{4}{3}\pi R^3 d$ であることから、

$$v = \sqrt{\frac{G}{2R} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 d} = R\sqrt{\frac{2}{3}\pi Gd}$$

とも書ける。よって、この周回運動の周期は、

$$\frac{2\pi \cdot 2R}{v} = \frac{4\pi R}{R\sqrt{\frac{2}{3}\pi Gd}} = 2\sqrt{\frac{6\pi}{Gd}}$$

$$\text{答: } 2\sqrt{\frac{6\pi}{Gd}}$$

- (4) 一部を発射した後の小物体を A、発射された一部を B と呼ぶことにする。B の質量を Δm としたとき、A の質量は $m - \Delta m$ である。発射が行われる前の小物体の進む向きを正として、発射直後の A の速度を v' とすると、B の速度は $v' - v$ である。発射の直前と直後における運動量保存より、

$$(m - \Delta m)v' + \Delta m(v' - v) = mv \quad \therefore v' = \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)v$$

が成り立つ。発射後の A が無限遠方まで飛び去るには、万有引力の位置エネルギーの基準を無限遠にとったときの力学的エネルギーが 0 以上でなければならないことから、

$$\frac{1}{2}(m - \Delta m)v'^2 - \frac{GM(m - \Delta m)}{2R} \geq 0 \quad \therefore v' \geq \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

が成り立たなければならない。(3)で得た $v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$ と比較すると、

$$v' \geq \sqrt{2}v$$

であればよいことがわかる。したがって、

$$\left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)v \geq \sqrt{2}v \quad \therefore \Delta m \geq (\sqrt{2} - 1)m$$

であり、少なくとも $(\sqrt{2} - 1)m$ の質量を発射しなければならない。

$$\text{答：} (\sqrt{2} - 1)m$$

(5) 小物体の質量を μ とし、地表で鉛直に投げ上げたときの速さを v_0 とする。

万有引力が作用していると考えた場合、投げ上げ地点と高さ H の最高到達点の間での力学的エネルギー保存則より、

$$-\frac{GM\mu}{R+H} = \frac{1}{2}\mu v_0^2 - \frac{GM\mu}{R}$$

が成り立つ。一方、重力加速度の大きさが高さによらないと仮定したときの投げ上げ地点と高さ h の最高到達点の間での力学的エネルギー保存則より、

$$\mu gh = \frac{1}{2}\mu v_0^2$$

となる。これらより v_0 を消去すれば、

$$-\frac{GM\mu}{R+H} = \mu gh - \frac{GM\mu}{R}$$

となる。(1)の結果 $g = \frac{GM}{R^2}$ を用いれば、

$$-\frac{GM\mu}{R+H} = \mu \frac{GM}{R^2} h - \frac{GM\mu}{R} \quad \therefore H = \frac{R}{R-h} h$$

$$\text{答：} H = \frac{R}{R-h} h$$

第2問

(1)(2) 図2より、素子Xの電流は電圧に対して位相が $\frac{\pi}{2}$ だけ進んでいるため、素子Xはコンデンサーである。次に、図3の回路ではじめにスイッチSを閉じた直後には、素子X（コンデンサー）の電圧は0であるため、 50Ω の抵抗に電源電圧のすべてがかかる。スイッチSを閉じた直後にスイッチSに流れた電流が5.0Aであったことから、 50Ω の抵抗には $50\Omega \times 5.0\text{A} = 250\text{V}$ の電圧がかかっており、したがって、電源電圧は250Vであることがわかる。

仮に素子Yがコイルであったとすれば、十分時間が経過して回路が定常状態となったとき、コイルには一定の電流が流れ、自己誘導起電力は0となるため、コイルに並

列に接続された素子X（コンデンサー）の電圧も0となる。この状態では、 50Ω の抵抗に電源電圧のすべてがかかるため、スイッチSに流れる電流は、スイッチSを閉じた直後と同じ 5.0A でなければおかしい。実際には、十分時間が経過して回路が定常状態となったときにスイッチSに流れる電流は 1.0A であった、とあるため、素子Yがコイルであるという仮定と矛盾する。

仮に素子Yが抵抗器であったとすれば、定常状態ではコンデンサーの充電が完了し、抵抗器に一定の電流が流れる。この抵抗器の抵抗値を R としたとき、定常状態におけるキルヒホッフの第二法則より、

$$R \cdot 1.0\text{A} + 50\Omega \cdot 1\text{A} = 250\text{V} \quad \therefore R = 200\Omega$$

となり、 $R = 200\Omega$ であるならば矛盾を生じない。

したがって、素子Yは抵抗値 200Ω の抵抗器であり、残りの素子Zはコイルである。

(1)の答：オ

(2)の答： 250V

(3) 再びスイッチSを開く直前においては、素子X（コンデンサー）には 200V の電圧がかかっている。素子X（コンデンサー）の電荷の連続性より、スイッチSを開いた直後のコンデンサーの電圧も 200V である。よって、キルヒホッフの第二法則より、素子Xに流れる電流（素子Yに流れる電流に等しい）は、

$$\frac{200\text{V}}{200\Omega} = 1.0\text{A}$$

答： 1.0A

(4)(5) 図1の交流電源の起電力 V は、その振幅を V_0 、角振動数を ω として、

$$V = V_0 \sin \omega t$$

と書ける。(図2より \sin 型であることがわかる)

素子X（コンデンサー）、素子Y（抵抗器）、素子Z（コイル）を右向きに流れる電流をそれぞれ I_X 、 I_Y 、 I_Z としたとき、

$$I_X = \omega C V_0 \cos \omega t$$

$$I_Y = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

$$I_Z = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

と書ける。ここで、素子X、素子Y、素子Zを流れる電流の最大値の比が $6:3:2$ であったことから、

$$\omega C V_0 : \frac{V_0}{R} : \frac{V_0}{\omega L} = 6:3:2 \quad \therefore \omega C = \frac{2}{R}, \quad \frac{1}{\omega L} = \frac{2}{3R}$$

が成り立つ。よって、

$$I_x = \frac{2V_0}{R} \cos \omega t$$

$$I_y = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

$$I_z = -\frac{2V_0}{3R} \cos \omega t$$

である。よって、交流電源を流れる電流 I は、

$$I = I_x + I_y + I_z = \frac{V_0}{R} \left(\sin \omega t + \frac{4}{3} \cos \omega t \right)$$

と書ける。三角関数の合成公式を用いて、

$$I = \frac{5V_0}{3R} \left(\frac{3}{5} \sin \omega t + \frac{4}{5} \cos \omega t \right) = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\text{ただし、} \sin \alpha = \frac{4}{5}, \quad \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

となる。ここで、交流電源を流れる電流の最大値 I_0 を $I_0 = \frac{5V_0}{3R}$ とおいた。回路のインピーダンス Z は、

$$Z = \frac{V_0}{I_0} = \frac{3}{5} R$$

である。ここで、 $R = 200 \Omega$ であったことを思い出すと、

$$Z = 120 \Omega$$

であることがわかる。交流電源の電圧がゼロとなるのは、 $\omega t = 0, \pi, 2\pi, \dots$ のときであり、そのときの電流値は、

$$I = I_0 \sin \alpha = \frac{4}{5} I_0 \text{ または } I = -I_0 \sin \alpha = -\frac{4}{5} I_0$$

であり、電流の大きさとしてはいずれにせよ $\frac{4}{5} I_0$ である。

(4)の答：120 Ω

(5)の答： $\frac{4}{5}$ 倍

第3問

(1) Oに向かうSの速度成分は $v_s \cos \theta$ であるから、ドップラー効果を考えて、求める振動数 f_1 は、

$$f_1 = \frac{V}{V - v_s \cos \theta} f_0$$

(2) 求める時間を $\Delta t'$ とすれば、時間 Δt の間にSが出した波の数と、時間 $\Delta t'$ の間にOが

受け取った波の数が等しいことから、

$$f_1 \Delta t' = f_0 \Delta t \quad \therefore \quad \Delta t' = \frac{f_0}{f_1} \Delta t = \frac{V - v_s \cos \theta}{V} \Delta t$$

(3) OのWに向かう速度成分は $v_0 \cos \theta$ であるから、ドップラー効果を考慮して、求める振動数 f_2 は、

$$f_2 = \frac{V + v_0 \cos \theta}{V} f_0$$

(4) 直接音の振動数 f_3 は、

$$f_3 = \frac{V + v_0}{V} f_0$$

うなりの振動数 n は2音の振動数の差だから、

$$n = f_3 - f_2 = \frac{v_0(1 - \cos \theta)}{V} f_0$$

(5) ドップラー効果の式より反射音の振動数 f_R は、

$$\begin{aligned} f_R &= \frac{V}{V - v \cos 30^\circ} \cdot \frac{V + v \cos 30^\circ}{V} \cdot \frac{V}{V - v \cos 30^\circ} \cdot \frac{V + v \cos 30^\circ}{V} f_0 \\ &= \left(\frac{2V + \sqrt{3}v}{2V - \sqrt{3}v} \right)^2 f_0 \end{aligned}$$

直接音の振動数 f_D は、

$$f_D = \frac{V + v \cos 30^\circ}{V - v \cos 30^\circ} f_0 = \frac{2V + \sqrt{3}v}{2V - \sqrt{3}v} f_0$$

となる。よってうなりの振動数 n' は、

$$n' = f_R - f_D = \frac{2\sqrt{3}v(2V + \sqrt{3}v)}{(2V - \sqrt{3}v)^2} f_0$$

※ 音が有限の速度であるからドップラー効果が起こる。 V が十分に大きければドップラー効果は起きない。このため、あまり好ましい問題設定とは思えないが、設問に「 V にくらべて v_s , v_0 , v は充分小さい」と書いてあるため、音波の到達時間における観測者や音源、壁の変位を無視して計算した。

第4問

(1) 断熱自由膨張では外部に仕事をしないため、バルブを開く前と温度が変わらない。状態方程式より、

$$p_0V_0 = p_1(V_0 + V) \quad \therefore p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_0 + V}$$

(2) 温度は変わらず T_0 である。

(3) 求める力の大きさを F とする。ピストンに働く力のつり合いより、

$$p_0S = pS + F \quad \therefore F = \frac{(p_0 - p)S}{\text{エ}}$$

(4) ピストンが気体を押す力の大きさは p_0S であり、移動した距離は $\frac{V_1}{S}$ であるため、

$$W = p_0S \frac{V_1}{S} = \frac{p_0V_1}{\text{ア}}$$

(5) 気体の内部エネルギーの変化は設問(4)で求めた仕事に等しいため、求める内部エネルギー U は、

$$U = \frac{3}{2}nRT_0 + p_0V_1$$

状態方程式より $p_0V_0 = nRT_0$ であるから、 p_0 を消去して、

$$U = \frac{3}{2}nRT_0 + \frac{nRT_0}{V_0}V_1 = \frac{\left(\frac{3}{2} + \frac{V_1}{V_0}\right)nRT_0}{\text{オ}}$$

※ 設問における「気体」という表現からはとくに容器A内の気体かB内の気体かを断定できないため、両容器内の気体全体という意味で解答した。