

物 理

解答上の注意

1. 解答は、解答用紙の解答欄にマークすること。

1 次の文章を読み、後の問い(問1～6)に答えよ。

図1のように、十分な長さをもった、なめらかで水平な床ABの左端に鉛直な壁、右端には、Oを中心とする半径 r のなめらかな半円筒面BCDがつながっている。円筒の中心軸は紙面に垂直で、直径BODは床に垂直である。床の上で質量 m の小物体aを右向きにすべらせると、aは半円筒面内を円運動し上昇した。重力加速度の大きさを g とし、空気の抵抗は無視できるものとする。

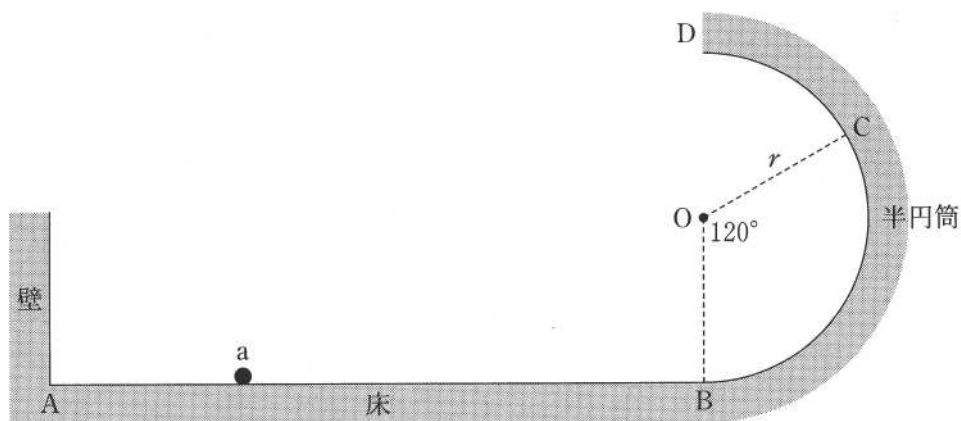


図1

問1 aの位置をPとする。aが半円筒面内の $\angle BOP = \theta$ の位置にあって、速さ v で円運動しているとき、aにはたらく垂直抗力の大きさ N は、 $N =$ 1 である。

1 に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから1つ選べ。

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ① $mg \cos \theta + m \frac{v^2}{r}$ | ② $-mg \cos \theta + m \frac{v^2}{r}$ | ③ $mg \cos \theta - m \frac{v^2}{r}$ |
| ④ $-mg \cos \theta - m \frac{v^2}{r}$ | ⑤ $mg \sin \theta + m \frac{v^2}{r}$ | ⑥ $-mg \sin \theta + m \frac{v^2}{r}$ |
| ⑦ $mg \sin \theta - m \frac{v^2}{r}$ | ⑧ $-mg \sin \theta - m \frac{v^2}{r}$ | |

問 2 aは床を右向きに速さ v_1 で進み、半円筒面を上昇して、Cで半円筒面から離れた。 $\angle BOC = 120^\circ$ とする。Cでのaの速さ v_c は $v_c = \boxed{2} \sqrt{gr}$ であり、 $v_1 = \boxed{3} \sqrt{gr}$ である。

(1) $\boxed{2}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから1つ選べ。

- | | | | |
|-----------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| ① $\frac{1}{2}$ | ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| ⑤ 1 | ⑥ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ | ⑦ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ | ⑧ $\sqrt{2}$ |

(2) $\boxed{3}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから1つ選べ。

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $\frac{\sqrt{10}}{3}$ | ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | ③ $\frac{\sqrt{14}}{3}$ | ④ $\frac{\sqrt{15}}{3}$ |
| ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ | ⑥ $\sqrt{3}$ | ⑦ $\frac{\sqrt{14}}{2}$ | ⑧ $\frac{\sqrt{15}}{2}$ |

問 3 a は C で半円筒面から離れた後、床からの高さ $h = \boxed{4} r$ の最高点に達した。その後、B から左に距離 $\boxed{5} r$ の床に落下した。

(1) $\boxed{4}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから 1 つ選べ。

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| ① $\frac{25}{16}$ | ② $\frac{51}{32}$ | ③ $\frac{13}{8}$ | ④ $\frac{27}{16}$ |
| ⑤ $\frac{7}{4}$ | ⑥ $\frac{57}{32}$ | ⑦ $\frac{29}{16}$ | ⑧ $\frac{15}{8}$ |

(2) $\boxed{5}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから 1 つ選べ。

- | | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| ① 0 | ② $\frac{1}{16}$ | ③ $\frac{1}{8}$ | ④ $\frac{3}{16}$ |
| ⑤ $\frac{1}{4}$ | ⑥ $\frac{5}{16}$ | ⑦ $\frac{3}{8}$ | ⑧ $\frac{7}{16}$ |

問 4 次に a の初速度の大きさを増し、a が D を通過できるようにした。このとき床での a の速さは $\boxed{6} \sqrt{gr}$ 以上でなければならない。

$\boxed{6}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから 1 つ選べ。

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|---------------|
| ① 1 | ② $\sqrt{2}$ | ③ $\sqrt{3}$ | ④ 2 |
| ⑤ $\sqrt{5}$ | ⑥ $\sqrt{6}$ | ⑦ $\sqrt{7}$ | ⑧ $2\sqrt{2}$ |

問 5 a は D を通過して床に落下した後、左端の壁に当たって跳ね返り、再び半円筒面を C ま
で上昇してから半円筒面を離れた。このとき a の初速度の大きさ v_2 は 7 $\sqrt{gr}$, a が
最初に落下した位置は B から左に距離 8 r の位置である。ただし, a の床との反発
係数は 0, 壁との反発係数は 1 とする。

(1) 7 に入る最も適切なものを, 次の①~⑧のうちから 1 つ選べ。

- | | | | |
|--------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $\sqrt{6}$ | ② $\frac{5}{2}$ | ③ $\frac{\sqrt{26}}{2}$ | ④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ |
| ⑤ $\sqrt{7}$ | ⑥ $\frac{\sqrt{29}}{2}$ | ⑦ $\frac{\sqrt{30}}{2}$ | ⑧ $\frac{\sqrt{31}}{2}$ |

(2) 8 に入る最も適切なものを, 次の①~⑧のうちから 1 つ選べ。

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ① $\sqrt{10}$ | ② $\sqrt{11}$ | ③ $2\sqrt{3}$ | ④ $\sqrt{13}$ |
| ⑤ $\sqrt{14}$ | ⑥ $\sqrt{15}$ | ⑦ 4 | ⑧ $\sqrt{17}$ |

問 6 a が D を 2 度通過した後, B からの距離が $2r$ 以上離れた床に落下するためには, a の初
速度の大きさ v_3 は 9 $\sqrt{gr}$ 以上でなければならない。ただし, 床は十分に長く, D
を通過した a が壁に直接衝突することはないものとする。

9 に入る最も適切なものを, 次の①~⑧のうちから 1 つ選べ。

- | | | | |
|---------------|--------------|---------------|---------------|
| ① 2 | ② $\sqrt{5}$ | ③ $\sqrt{6}$ | ④ $\sqrt{7}$ |
| ⑤ $2\sqrt{2}$ | ⑥ 3 | ⑦ $\sqrt{10}$ | ⑧ $\sqrt{13}$ |

2

次の文章A～Cを読み、後の問い(問1～7)に答えよ。

文章A

図1のように、大気圧 p_a の環境に置かれたシリンダーの内部に、断面積 S のピストンによって、物質質量 n の単原子分子理想気体が閉じ込められている。ピストンとシリンダーは熱を通さない素材でできており、それらの間に摩擦はなく、なめらかに動くことができる。また、ピストンの質量は無視できる。気体定数を R 、重力加速度の大きさを g とする。ゆっくりとした断熱変化では圧力 p と体積 V の間に、 $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ の関係が成り立つとしてよい。

はじめに、気体は体積 V_0 、絶対温度 T_0 の状態にある。この状態を状態Ⅰとする。

次にピストンに手で力を加えてゆっくり押し下げ、シリンダー内の容積を $\frac{1}{2}V_0$ にしてから、ピストンの上に質量 M のおもりをのせ、同時にピストンから手をはなしたところ、ピストンは静止した状態を保った(図2)。この状態を状態Ⅱとする。状態Ⅱから、ピストンをゆっくり引き上げ、シリンダー内の容積が V_0 になったところでおもりを取り去り、同時にピストンを引くのをやめた。すると、気体は状態Ⅰに戻った。

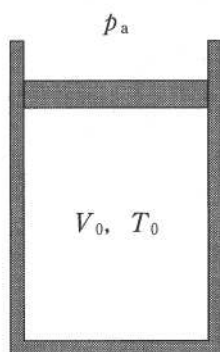


図1 状態Ⅰ

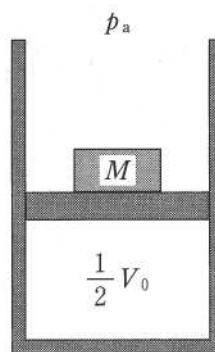


図2 状態Ⅱ

問1 おもりの質量は $M = \boxed{10} \frac{p_a S}{g}$ である。

$\boxed{10}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

① 1

② 2

③ 3

④ $2^{\frac{2}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{3}}$ ⑥ $2^{\frac{3}{5}}$ ⑦ $(2^{\frac{2}{3}} - 1)$ ⑧ $(2^{\frac{5}{3}} - 1)$ ⑨ $(2^{\frac{3}{5}} - 1)$ ⑩ $(2^{\frac{8}{5}} - 1)$

問 2 状態Ⅰに比べて、状態Ⅱの気体の内部エネルギーは 11 $p_a V_0$ だけ変化した。

11 に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{3}{2^{\frac{1}{3}}}$
 ⑤ $3 \cdot 2^{\frac{2}{3}}$ ⑥ $(2^{\frac{2}{3}} - 1)$ ⑦ $(2^{\frac{5}{3}} - 1)$ ⑧ $\frac{3}{2}(2^{\frac{3}{2}} - 1)$
 ⑨ $\frac{3}{2}(2^{\frac{2}{3}} - 1)$ ⑩ $\frac{3}{2}(2^{\frac{5}{3}} - 1)$

問 3 状態Ⅰから状態Ⅱへの過程で、ピストンに加えた手の力がした仕事は 12 $p_a V_0$ である。

12 に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

- ① $\frac{3}{2}(2^{\frac{3}{2}} - 1)$ ② $(3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} - 2)$ ③ $\frac{3}{2}(2^{\frac{2}{3}} - 1)$
 ④ $\left\{ 3 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{3}} - 2 \right\}$ ⑤ $\frac{1}{2}(3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} - 1)$ ⑥ $(3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} - 1)$
 ⑦ $\frac{1}{2}(3 \cdot 2^{\frac{5}{3}} - 1)$ ⑧ $(3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} - 2)$ ⑨ $\frac{3}{2}(2^{\frac{3}{5}} - 1)$
 ⑩ $\left\{ 3 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2}{5}} - 2 \right\}$

文章B

次に、図3のように、ピストンの底面に質量の無視できる熱を通す素材を貼り付け、文章Aで用いた気体と同じシリンダーに閉じ込め、状態Ⅰに保った。気体は熱を通す素材と熱のやりとりをするが、外部と熱のやりとりをすることはない。熱を通す素材の熱容量は気体の熱容量と比べて無視でき、おもりの位置エネルギーの減少分は、すべて気体の内部エネルギーに変化する。

状態Ⅰに対して、ピストンの上に質量 M' のおもりを静かにのせたところ(図3)、ピストンは下に向かって動き出した。しばらくたつと、熱を通す素材と気体分子の衝突に伴って熱が発生し、それにより^{おもりと}ピストンの力学的エネルギーの一部が気体の内部エネルギーに変わって、ピストンの動きは止まった。このとき、シリンダー内の容積は $\frac{1}{2} V_0$ だった(図4)。この状態を状態Ⅲとする。

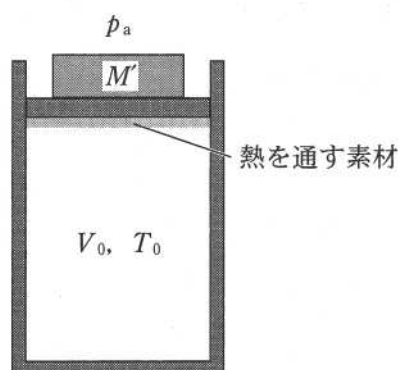


図3 おもりをのせた瞬間

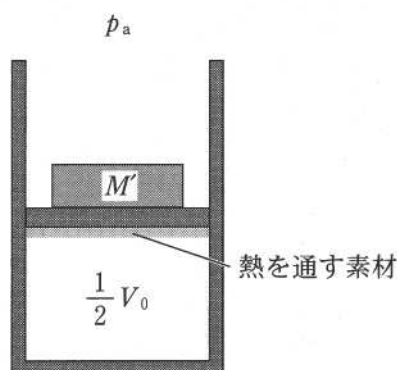


図4 状態Ⅲ

問4 AさんとBさんが先生の助けを借りて、おもりの質量 M' と状態Ⅲの温度を求めるために話し合っている。

先生：おもりの質量は大きすぎても小さすぎても体積 $\frac{1}{2} V_0$ の状態Ⅲにはなりません。つまり、 M' は p_a と S と g によって定まった値になります。ところで、状態Ⅰから状態Ⅲへの変化はゆっくりとした断熱変化ではないから、 $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ の関係は成り立ちません。さて、どう考えたらよいでしょう。

Aさん： $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ が成り立たなくても、状態Ⅰと状態Ⅲでは理想気体の状態方程式と内部エネルギーの式は使えますね。熱力学第1法則も成り立ちます。

Bさん：なるほど。それなら、まず状態方程式を書いてみます。状態Ⅲの気体の絶対温度を $T_{\text{Ⅲ}}$ とすると、気体の圧力は大気圧とおもりによる圧力の和に等しいから、

$$nRT_{\text{Ⅲ}} = \boxed{13} \cdots \cdots (1)$$

となりますね。熱力学第1法則については、気体に熱の出入りはないから、気体が外部からされた仕事はそのまま気体の内部エネルギーの変化になって、

$$(\text{内部エネルギーの変化}) = (\text{気体が外からされた仕事})$$

が成り立ちます。内部エネルギーの変化は $\frac{3}{2}nR(T_{\text{III}} - T_0)$ です。気体が外からされた仕事はどうやって求めたらよいでしょう。

先生：状態Ⅰから状態Ⅲへ至る過程で、ピストンには大気圧による力とおもりが加える力が常にはたらいています。それ以外にピストンに外からはたらく力はありません。

Aさん：ということは、気体が外からされた仕事は

14

になりますね。

先生：その通りです。

Bさん：なるほど。そうすると、熱力学第1法則と(1)式から M' を p_a と S と g の式で表すことができます。 M' が求まると T_{III} もすぐに求まりますね。

(1) 13 に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから1つ選べ。

- | | | |
|--|---|--|
| ① $p_a V_0$ | ② $\frac{M'g}{S} V_0$ | ③ $\left(p_a + \frac{M'g}{S}\right) V_0$ |
| ④ $\left(p_a + \frac{M'g}{2S}\right) V_0$ | ⑤ $\frac{p_a V_0}{2}$ | ⑥ $\frac{M'g}{S} \frac{V_0}{2}$ |
| ⑦ $\left(p_a + \frac{M'g}{S}\right) \frac{V_0}{2}$ | ⑧ $\left(p_a + \frac{M'g}{2S}\right) \frac{V_0}{2}$ | |

(2) 14 に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから1つ選べ。

- | | | |
|--|---|--|
| ① $p_a V_0$ | ② $\frac{M'g}{S} V_0$ | ③ $\left(p_a + \frac{M'g}{S}\right) V_0$ |
| ④ $\left(p_a + \frac{M'g}{2S}\right) V_0$ | ⑤ $\frac{p_a V_0}{2}$ | ⑥ $\frac{M'g}{S} \frac{V_0}{2}$ |
| ⑦ $\left(p_a + \frac{M'g}{S}\right) \frac{V_0}{2}$ | ⑧ $\left(p_a + \frac{M'g}{2S}\right) \frac{V_0}{2}$ | |

問 5 おもりの質量は $M' = \boxed{15} \frac{p_a S}{g}$ である。

$\boxed{15}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

① 2

② $\sqrt{2}$

③ 3

④ $\sqrt{3}$

⑤ 4

⑥ 5

⑦ $\frac{1}{2}$

⑧ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

⑨ $\frac{1}{3}$

⑩ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

問 6 状態Ⅲにおける気体の絶対温度は $T_{\text{Ⅲ}} = \boxed{16} T_0$ である。

$\boxed{16}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

① 2

② $\sqrt{2}$

③ 3

④ $\sqrt{3}$

⑤ 4

⑥ 5

⑦ $\frac{1}{2}$

⑧ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

⑨ $\frac{1}{3}$

⑩ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

文章C

状態Ⅲに対して、ピストンに力を加えてゆっくり引き上げ、シリンダー内の容積が V_0 になったところでピストンを静止させた。この状態を状態Ⅳとする。

問 7 状態Ⅳにおける気体の絶対温度は 17 T_0 である。

17 に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

- | | | | |
|--|---|--|---|
| ① 1 | ② $\frac{1}{2}$ | ③ $\frac{3}{2}$ | ④ 2 |
| ⑤ $2^{\frac{1}{3}}$ | ⑥ $2^{\frac{4}{3}}$ | ⑦ $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ | ⑧ $3\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ |
| ⑨ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ | ⑩ $5\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ | | |

3

次の文章を読み、後の問い(問1～3)に答えよ。

原点を O とする xy 平面内において、スイッチ A , B を開閉することにより、以下のように電場(電界)を加えることができる。

- A と B をともに開くと、電場は 0 V/m である。
- A を閉じ B を開くと、 x 軸の負の向きに強さ 3.0 V/m の一様な電場 $\vec{E}_A$ が加わる。
- B を閉じ A を開くと、 y 軸の負の向きに強さ 4.0 V/m の一様な電場 $\vec{E}_B$ が加わる。
- A と B をともに閉じると、重ねあわせの原理にしたがって、電場は $\vec{E}_A$ と $\vec{E}_B$ との和になる。同様に、 A を閉じることにより生じる電位と B を閉じることにより生じる電位の間にも重ねあわせの原理が成り立つ。

O を通る等電位線を電位の基準線とし、電気的な力以外は無視できるものとする。なお、電場 $\vec{E}$ の x 成分を E_x , y 成分を E_y としたとき、 $\vec{E} = (E_x, E_y)$ のように表す。

問1 はじめに、 B を開いたまま A を閉じた。このときの電場は $\vec{E}_A = \boxed{18} \text{ V/m}$ である。また、位置 (x, y) における電位 V_A を $x[\text{m}]$, $y[\text{m}]$ を用いて表すと、 $V_A = \boxed{19}x + \boxed{20}y + \boxed{21}$ $[\text{V}]$ である。

(1) $\boxed{18}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから1つ選べ。

- ① $(0, -3.0)$ ② $(0, 3.0)$ ③ $(3.0, 0)$ ④ $(-3.0, 0)$
 ⑤ 3.0 ⑥ -3.0 ⑦ 4.0 ⑧ -4.0
 ⑨ 5.0 ⑩ -5.0

(2) $\boxed{19} \sim \boxed{21}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑨のうちからそれぞれ1つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① 2.0 ② (-2.0) ③ 3.0 ④ (-3.0)
 ⑤ 4.0 ⑥ (-4.0) ⑦ 5.0 ⑧ (-5.0)
 ⑨ 0

問 2 次に、A と B をともに閉じた。このときの電場を $\vec{E}_{AB}$ とすると、 $\vec{E}_{AB} = \boxed{22} \text{ V/m}$ である。また、位置 (x, y) における電位 V_{AB} を $x[\text{m}]$, $y[\text{m}]$ を用いて表すと、 $V_{AB} = \boxed{23} x + \boxed{24} y + \boxed{25} [\text{V}]$ である。

(1) $\boxed{22}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから 1 つ選べ。

- | | | |
|----------------|----------------|--------------|
| ① (3.0, 4.0) | ② (-3.0, -4.0) | ③ (4.0, 3.0) |
| ④ (-4.0, -3.0) | ⑤ 3.0 | ⑥ -3.0 |
| ⑦ 4.0 | ⑧ -4.0 | ⑨ 7.0 |
| ⑩ -7.0 | | |

(2) $\boxed{23} \sim \boxed{25}$ に入る最も適切なものを、次の①～⑨のうちからそれぞれ 1 つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|-------|
| ① 3.0 | ② (-3.0) | ③ 4.0 | ④ (-4.0) | ⑤ 5.0 |
| ⑥ (-5.0) | ⑦ 7.0 | ⑧ (-7.0) | ⑨ 0 | |

問 3 今度は A と B をともに開き、 $(x, y) = (3.0 \times 10^{-3} \text{ m}, -1.0 \times 10^{-3} \text{ m})$ の位置に質量が $1.0 \times 10^{-10} \text{ kg}$ 、電気量が $4.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ の点電荷 Q を初速度 0 m/s でおいた。その後、A と B を同時に閉じたところ Q は運動をはじめた。A と B を同時に閉じた瞬間の Q のもつ静電気力による位置エネルギーは 26 $\times 10^{-10} \text{ J}$ である。また、Q が電位の基準線に到達したとき、Q の速さは 27 m/s で、基準線に到達するまでに電場から受けた力積の x 成分は 28 $\times 10^{-10} \text{ N}\cdot\text{s}$ で、 y 成分は 29 $\times 10^{-10} \text{ N}\cdot\text{s}$ である。このとき、Q の座標は、 $x =$ 30 $\times 10^{-3} \text{ m}$ 、 $y =$ 31 $\times 10^{-3} \text{ m}$ である。

(1) 26 に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから 1 つ選べ。

- ① 1.0 ② -1.0 ③ 2.0 ④ -2.0 ⑤ 3.0
 ⑥ -3.0 ⑦ 4.0 ⑧ -4.0 ⑨ 5.0 ⑩ -5.0

(2) 27 に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちから 1 つ選べ。

- ① 1.0 ② 1.5 ③ 2.0 ④ 2.5 ⑤ 3.0
 ⑥ 3.5 ⑦ 4.0 ⑧ 4.5 ⑨ 5.0 ⑩ 5.5

- (3) 28 , 29 に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちからそれぞれ1つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① 1.0 ② -1.0 ③ 1.2 ④ -1.2 ⑤ 1.4
⑥ -1.4 ⑦ 1.6 ⑧ -1.6 ⑨ 1.8 ⑩ -1.8

- (4) 30 , 31 に入る最も適切なものを、次の①～⑩のうちからそれぞれ1つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① 1.5 ② -1.5 ③ 1.8 ④ -1.8 ⑤ 2.1
⑥ -2.1 ⑦ 2.4 ⑧ -2.4 ⑨ 2.7 ⑩ -2.7