2025年度　私大医学部入試

解答速報

2025年2月3日　実施

東海大学

医学科　一般②　　数学

（制限時間　70分）

医学部専門予備校 D組

解答・解説

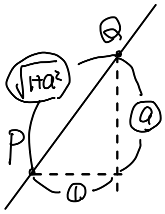
1

(1) $a^2>4b$. $y=-x^2$, $y=ax+b$

連立して　$-x^2=ax+b$

$x^2+ax+b=0$

$x=\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}$



線分PQの長さは 2解を用いて、

$\left(\dfrac{-a+\sqrt{a^2-4b}}{2}-\dfrac{-a-\sqrt{a^2-4b}}{2}\right)\times\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{1}$

$=\sqrt{(a^2-4b)(a^2+1)}$

(2) $f(x)=\int_0^2\{|2(t-x)|+2\}dt$

$=2\int_0^2|t-x|dt+4$

$g(t)=t-x$. $G(t)=\frac{1}{2}t^2-xt$ とおけば

$f(x)=2\left[\int_0^x\{-g(t)\}dt+\int_x^2 g(t)dt\right]+4$

$=2\{[-G(t)]_0^x+[G(t)]_x^2\}+4$

$=2\{-2G(x)+G(0)+G(2)\}+4$

$G(x)=-\frac{1}{2}x^2$. $G(0)=0$. $G(2)=2-2x$ より

$f(x)=2\cdot(x^2+0+2-2x)+4$

$=2(x^2-2x)+8$

$=2(x-1)^2+6$

$x=1$ で min 6

(3) $\log_3 x=t$ とおく. $-1\le t\le 3$.

$y=t^2-3t-3=(t-\frac{3}{2})^2-\frac{21}{4}$

$t=-1$ のとき max 1. $t=\frac{3}{2}$ のとき min $-\frac{21}{4}$

(4) 第m群の末項を初項から数えてN(m)項目とする

$N(m)=1+2+3+\cdots+m=\frac{1}{2}m(m+1)$

$a_n=2025$ のとき　$a_n=2n-1=2025$ ∴ $n=1013$.

$a_n=2025$ が m群に属するとき

$N(m-1)<1013\le N(m)$

ここで　$N_{44}=990$, $N_{45}=1035$ だから　∴ $m=45$

(5) KANAGAWA.

K.N.G.W を並べて $4!$ 通り

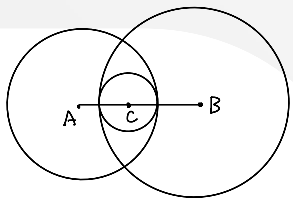
A×4つを4文字の並びの間または両端に入れると.　${}_5C_4=5$ 通り

よって　$4!\times5=120$ 通り

(6) 点A(3,5)　B(9,13) とするとき

$AB=\sqrt{(9-3)^2+(13-5)^2}=10$

である. 円 C_2 の半径を r, 円 C_3 の中心を C とする

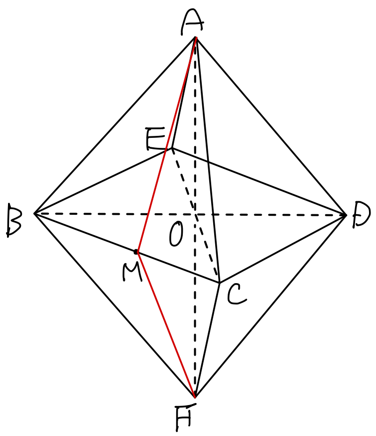


$AC=8-2=6$.　$BC=r-2$. であり

$AB=AC+BC=4+r$

よって　$4+r=10$　∴ $r=6$

2



(1) 各面は、1辺の長さが1の正三角形だから、

$$\frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=\underline{2\sqrt{3}}$$

(2) 図のように正方形BCDEの対角線の交点をOとして、

$$OB=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

よって各頂点を通る球面の中心はOより

半径：$\underline{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

(3) $V=\frac{1}{3}\times(\text{四角形}BCDE)\times AO\times 2$

$$=\frac{1}{3}\times 1^2\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times 2=\underline{\frac{\sqrt{2}}{3}}$$

(4) $\alpha=\angle AMF$ である。$AM=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle AMF$ に余弦定理を用いて

$$\cos\alpha=\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-(\sqrt{2})^2}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}$$

$$=\underline{-\frac{1}{3}}$$

(5) 球の半径をrとすると

$\triangle OAM=\frac{1}{2}\times OM\times OA$

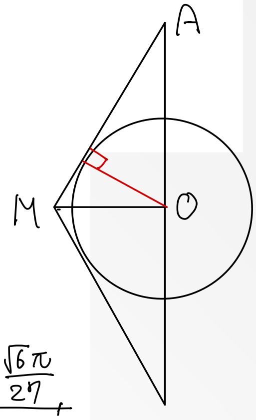
$=\frac{1}{2}\times AM\times r$

よって

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}r$$

$$r=\frac{1}{\sqrt{6}}.$$

よって体積は $\frac{4}{3}\pi r^3=\underline{\frac{\sqrt{6}\pi}{27}}$



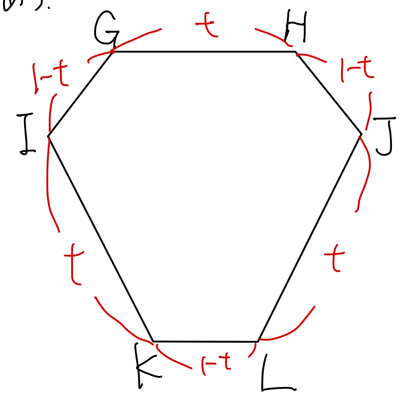
(6) 平面ABCに平行な平面で切るとき線分AE, AD, BE, CD, BF, CFと交わる。

それぞれの交点をG, H, I, J, K, Lとするとき、六角形GIKLJHを作る。

$AG:GE=t:(1-t)$ とおく

$AH:HD=BI:IE=CJ:JE$
$=BK:KF=CL:LF=t:(1-t)$

であり、



周の長さは $\{t+(1-t)\}\times 3=\underline{3}$

この面積は3直線GI, KL, JHで囲む正三角形から3つの正三角形を除いたもの。

$$S(t)=\frac{\sqrt{3}}{4}(1+t)^2-\frac{\sqrt{3}}{4}t^2\times 3$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}(-2t^2+2t+1)$$

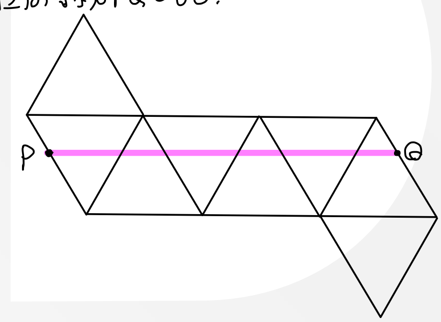
$$=-\frac{\sqrt{3}}{4}(2t^2-2t-1)$$

$$=-\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{2\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}\right\}$$

$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3\sqrt{3}}{8}$$

よって max：$\underline{\frac{3\sqrt{3}}{8}}$ $\left(t=\frac{1}{2}\text{のとき}\right)$

参考 展開図でこの六角形の周の長さを考えると図の線分PQとなる。



$\boxed{3}$ $f(x)=2x+2,\ g(x)=x^2$

(1) $-2 < f(x) < 2.$

$-2 < 2x+2 < 2$

$\underline{-2 < x < 0}$ //

(2) $A=\{x \mid -5 < x < 2\},\ B=\{x \mid -2 < f(x) < 2\}$

とおくと $A \supset B$ だから

<u>必要条件であるが十分条件ではない ②</u> //

(3) $|x-1| < a \Rightarrow -3 < f(x)-f(1) < 5$

└①　　└②

①より $-a < x-1 < a$ ∴ $1-a < x < 1+a$

②より $-3 < 2x+2-4 < 5$

∴ $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$

よって $-\frac{1}{2} \leqq 1-a$ かつ $1+a \leqq \frac{7}{2}$

∴ $a \leqq \frac{3}{2}$ かつ $a \leqq \frac{5}{2}$

∴ $a \leqq \frac{3}{2}$　　<u>aのmaxは $\frac{3}{2}$</u> //

(4) $-3 < f(x)-f(1) < 5 \Rightarrow |x-1| < b$

└③　　└④

③より $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$

④より $1-b < x < 1+b$

よって $1-b \leqq -\frac{1}{2}$ かつ $\frac{7}{2} \leqq 1+b$

$\frac{3}{2} \leqq b$ かつ $\frac{5}{2} \leqq b$

∴ $\frac{5}{2} \leqq b$　　<u>bのminは $\frac{5}{2}$</u> //

(5) $-3 < g(x) < 2$ より

$-3 < x^2 < 2$ ∴ $\underline{-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}}$ //

(6) $|x-1| < c \Rightarrow -\frac{1}{2} < g(x)-g(1) < \frac{1}{2}$

└⑤　　└⑥

⑤より $1-c < x < 1+c$

⑥より $-\frac{1}{2} < x^2-1 < \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} < x^2 < \frac{3}{2}$

∴ $-\frac{\sqrt{6}}{2} < x < -\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{6}}{2}$

よって $1+c$が明らかに正だから

$\frac{\sqrt{2}}{2} \leqq 1-c$ かつ $1+c \leqq \frac{\sqrt{6}}{2}$

$c \leqq 1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ かつ $c \leqq \frac{\sqrt{6}}{2}-1$

∴ $c \leqq \frac{\sqrt{6}}{2}-1$　　<u>cのmaxは $\frac{\sqrt{6}}{2}-1$</u> //

(7) $-\frac{1}{2} < g(x)-g(1) < \frac{1}{2} \Rightarrow |x-1| < d$

└⑦　　└⑧

⑦より $-\frac{\sqrt{6}}{2} < x < -\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{6}}{2}$

⑧より $1-d < x < 1+d.$

よって $1-d \leqq -\frac{\sqrt{6}}{2}$ かつ $\frac{\sqrt{6}}{2} \leqq 1+d$

$1+\frac{\sqrt{6}}{2} \leqq d$ かつ $\frac{\sqrt{6}}{2}-1 \leqq d.$

∴ $1+\frac{\sqrt{6}}{2} \leqq d$　　<u>$\min d = 1+\frac{\sqrt{6}}{2}$</u> //