２０２５年２月７日　実施

昭和医科大学

医学部　Ⅰ期　物理

（制限時間　理科２科１４０分）

解　　答

第１問

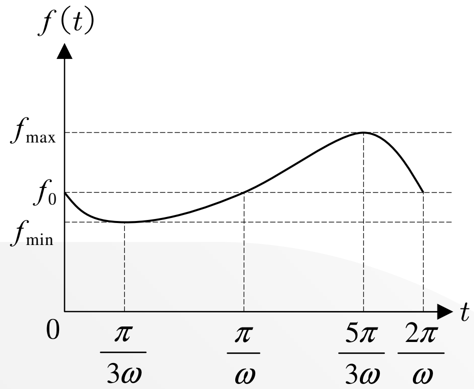
(1) $\angle \mathrm{POB} = \dfrac{5}{3}\pi$ または $\dfrac{\pi}{3}$，時刻：$\dfrac{5\pi}{3\omega}$

(2) 最も高い音：$\dfrac{V}{V - r\omega} f_0$，最も低い音：$\dfrac{V}{V + r\omega} f_0$

(3) $\dfrac{4\pi}{3\omega}$　　(4) $\dfrac{\pi}{\omega} + \dfrac{2r}{V}$

(5) $f(t) = \dfrac{f_0}{1 + \dfrac{r\omega}{V}\dfrac{2\sin\omega t}{\sqrt{5 - 4\cos\omega t}}}$

グラフは右図。ただし，$f_{\max} = \dfrac{V}{V - r\omega} f_0$，$f_{\min} = \dfrac{V}{V + r\omega} f_0$ である。



(6) 音源Ｓの視線速度が音速を超えるような点Ｂ付近において異なる時刻に音源Ｓから出た音の波面が同時刻に点Ｐで重なることで，点Ｐでは周期的に強い音波が観測されるようになる。(82 字)

第２問

(1) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(2) 位置：$x = 0$，時刻：$t = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$，Ａの速度：$a\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$，Ｂの速度：$a\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$

(3) 時間：$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$，位置：$x = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$　　(4) $\dfrac{\pi + 2}{4\sqrt{2}} a$

第３問

(1) $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

(2) t の関数：$\dfrac{V_0}{R}\sin\omega t$，実効値：$\dfrac{V_0}{\sqrt{2}R}$

(3) t の関数：$v_1 = \dfrac{\omega L V_0}{R}\cos\omega t$，実効値：$\dfrac{\omega L V_0}{\sqrt{2}R}$

(4) t の関数：$v_2 = -\dfrac{V_0}{\omega C R}\cos\omega t$，実効値：$\dfrac{V_0}{\sqrt{2}\,\omega C R}$

(5) $t = \dfrac{\pi}{2\omega}$，$\dfrac{3\pi}{2\omega}$

(6) $V_3 = V_0\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{1}{\omega C R}\right)^2}$

(7) $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

(8) $\dfrac{{V_0}^2}{2R}$

第４問

(1) $\lambda_1 = \dfrac{\lambda_0}{n_1}$

(2) $d_k = \dfrac{2k-1}{4n_1}\lambda_0$

(3) $\lambda_2 = \dfrac{2k-1}{2k+1}\lambda_0$

(4) $d_k = 8.3\times10^{-7}$ m

(5) 光線Ｃ：0，光線Ｄ：π

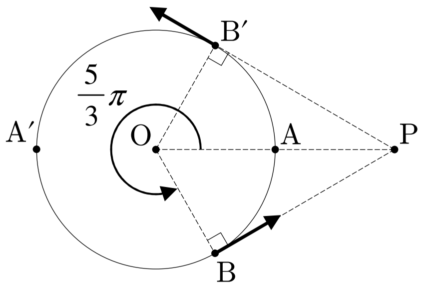
(6) $2d\sqrt{{n_1}^2-\sin^2 i} = \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda_3$

(7) $d = 1.9\times10^{-7}$ m

解　　説

第1問

(1) 音源Sの速度の点Pへ向かう成分が最大となるときに発せられた音が点Pでは最も高い音に聞こえる。そのような点は右図の点Bであり，$\angle \mathrm{POB} = \dfrac{5}{3}\pi$ である。（鋭角側で測れば $\angle \mathrm{POB} = \dfrac{\pi}{3}$）逆に，点Pで最も低い音に聞こえるのは，点B′で発せられた音である。音源Sが初めて点Bに達する時刻は，$\dfrac{5\pi}{3\omega}$ である。



（答）$\angle \mathrm{POB} = \dfrac{5}{3}\pi$ または $\dfrac{\pi}{3}$，時刻：$\dfrac{5\pi}{3\omega}$

(2) 点Bにおいて音源Sの点Pへ向かう速度成分は $r\omega$，点B′において音源Sの点Pへ向かう速度成分は $-r\omega$ である。よって，最も高い音の振動数 $f_{\max}$，および最も低い音の振動数 $f_{\min}$ は，ぞれぞれ

$$f_{\max} = \frac{V}{V - r\omega} f_0,\quad f_{\min} = \frac{V}{V + r\omega} f_0$$

（答）最も高い音：$\dfrac{V}{V - r\omega} f_0$，最も低い音：$\dfrac{V}{V + r\omega} f_0$

(3) $t = 0$ 以降で初めて音源Sが点B′を通過した瞬間に出た音が点Pに届く時刻は $t = \dfrac{\pi}{3\omega} + \dfrac{\overline{\mathrm{PB'}}}{V}$ であり，$t = 0$ 以降で初めて音源Sが点Bを通過した瞬間に出た音が点Pに届く時刻は $t = \dfrac{5\pi}{3\omega} + \dfrac{\overline{\mathrm{PB}}}{V}$ である。求める時間はこれらの時刻の差であるが，$\overline{\mathrm{PB'}} = \overline{\mathrm{PB}}$ であるから，

$$\left(\frac{5\pi}{3\omega} + \frac{\overline{\mathrm{PB}}}{V}\right) - \left(\frac{\pi}{3\omega} + \frac{\overline{\mathrm{PB'}}}{V}\right) = \frac{4\pi}{3\omega}$$

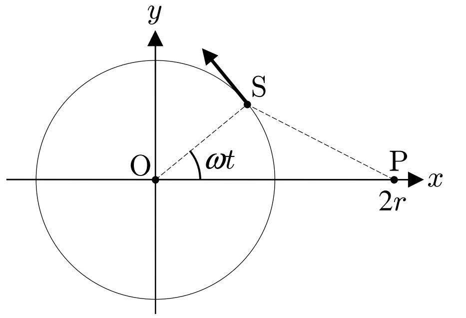
（答）$\dfrac{4\pi}{3\omega}$

(4) 点Pで振動数 f_0 の音として聞こるのは，前図のように音源Sの円軌道上で点Pに最も近い点A，最も遠い点A′で発せられた音である。$t = 0$ 以降で初めて音源Sが点Aを通過した瞬間に出た音が点Pに届く時刻は $t = \dfrac{\overline{\mathrm{PA}}}{V}$ であり，点A′を通過した瞬間に出た音が点Pに届く時刻は，$t = \dfrac{\pi}{\omega} + \dfrac{\overline{\mathrm{PA'}}}{V}$ である。求める時間はこれらの時刻の差であるが，$\overline{\mathrm{PA'}} - \overline{\mathrm{PA}} = 2r$ であるから，

$$\frac{\pi}{\omega} + \frac{\overline{\mathrm{PA'}}}{V} - \frac{\overline{\mathrm{PA}}}{V} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2r}{V}$$

（答）$\dfrac{\pi}{\omega}+\dfrac{2r}{V}$

(5) 右図のように，点Oを原点として$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$の向きに$x$軸，それに直交するように$y$軸を設定する。時刻$t$における音源Sの位置は，$(r\cos\omega t,\ r\sin\omega t)$と表され，時刻$t$における音源Sの速度$\overrightarrow{v}$は，$\overrightarrow{v}=(-r\omega\sin\omega t,\ r\omega\cos\omega t)$と表される。音源Sの速度の点Pへ向かう成分は，$\overrightarrow{\mathrm{SP}}$方向の単位ベクトル$\overrightarrow{n}$と$\overrightarrow{v}$の内積で計算できる。$\overrightarrow{\mathrm{SP}}$は，



$$\overrightarrow{\mathrm{SP}}=(2r-r\cos\omega t,\ -r\sin\omega t)$$

と表され，

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{SP}}\right|=\sqrt{(2r-r\cos\omega t)^2+(r\sin\omega t)^2}=r\sqrt{5-4\cos\omega t}$$

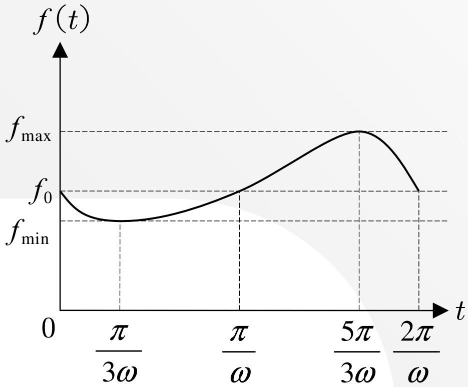
であるから，

$$\overrightarrow{n}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{SP}}}{\left|\overrightarrow{\mathrm{SP}}\right|}=\frac{1}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}(2-\cos\omega t,\ -\sin\omega t)$$

となる。よって，音源Sの速度の点Pへ向かう成分は，

$$\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{v}=\frac{1}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}(2-\cos\omega t,\ -\sin\omega t)\cdot(-r\omega\sin\omega t,\ r\omega\cos\omega t)$$
$$=-\frac{2r\omega\sin\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}$$

と表せる。したがって，時刻tにおいて音源Sで発せられる音波が点Pで観測されるときの振動数$f(t)$は，



$$f(t)=\frac{V}{V-\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{v}}f_0$$
$$=\frac{V}{V+\dfrac{2r\omega\sin\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}}f_0$$
$$=\frac{f_0}{1+\dfrac{r\omega}{V}\dfrac{2\sin\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}}$$

（答）$f(t)=\dfrac{f_0}{1+\dfrac{r\omega}{V}\dfrac{2\sin\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}}$，グラフ：上図

(6) 解答の通り。

第２問

(1) 物体Aが位置xにあるときの加速度をαとすると，物体Aの運動方程式より，

$$m\alpha=-kx \qquad \therefore \quad \alpha=-\frac{k}{m}x$$

を得る。これは，物体Aが振動中心$x=0$，角振動数$\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，周期$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$の単振動をすることを表す。

（答）$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(2) 物体AとBが離れずに運動していると仮定して，位置xにあるときの物体AとBの間にはたらく垂直抗力の大きさをN，物体A，Bの加速度をαとする。このときの物体A，Bの運動方程式は，

物体Aの運動方程式：$m\alpha=-kx-N$

物体Bの運動方程式：$m\alpha=N$

と書ける。

これらより，αを消去すると，

$$N=-\frac{1}{2}kx$$

となる。$x<0$の領域で運動している間は$N>0$であるから物体AとBは離れずに運動し，$N=0$となったときに物体AとBが離れる。よって，$x=0$で物体Bは物体Aから離れる。

Nを消去すると，

$$2m\alpha=-kx \qquad \therefore \quad \alpha=-\frac{k}{2m}x$$

を得る。これは，物体A，Bが$x=0$で離れるまでは振動中心$x=0$，角振動数$\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$，周期$2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$の単振動をすることを表す。BがAから離れる時刻はこの単振動の周期の$\dfrac{1}{4}$が経過した時刻であり，$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$である。

また，このときAとBは単振動の中心を通過するため，その速度は単振動の振幅aと角振動数$\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$の積として$a\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$と表せる。

（答）位置：$x=0$，時刻：$t=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$，Aの速度：$a\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$，Bの速度：$a\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$

(3) 物体Bが離れてから衝突するまでの間の物体Aの運動方程式は(1)と同じになるため，この間の物体Aの運動は振動中心$x=0$，角振動数$\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，周期$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$の単振動をする。(2)の結果より，振動中心$x=0$における速さが$a\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$であったことから，物体Aの単振動の振幅は$\dfrac{a\sqrt{k/2m}}{\sqrt{k/m}}=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$である。

物体Aの速度が初めて0になるのは，単振動の周期の$\dfrac{1}{4}$である$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$が経過したときで，その位置は振動の端の位置，すなわち$x=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$である。

（答）時間：$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$，位置：$x=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$

(4) AとBが離れてから衝突するまでにAが進んだ距離s_{A}は，

$$s_{\mathrm{A}}=\frac{a}{\sqrt{2}}$$

AとBが離れてから衝突するまでにBが進んだ距離(壁までの距離と壁からの距離を足し合わせた距離)s_{B}は，

$$s_{\mathrm{B}}=a\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{\pi a}{2\sqrt{2}}$$

$s_{\mathrm{A}}+s_{\mathrm{B}}=2L$より，

（答）$L=\dfrac{\pi+2}{4\sqrt{2}}a$

第３問

(1) 交流の周期がTであるから，

（答）$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

(2) 図２の概形より，ab 間にかかる電圧v_0は，

$$v_0 = V_0 \sin \omega t$$

と表せる。これが抵抗Rにおける電圧降下に等しいため，回路を流れる電流iは，

$$i = \frac{v_0}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

（答）tの関数：$\dfrac{V_0}{R} \sin \omega t$，実効値：$\dfrac{V_0}{\sqrt{2}R}$

(3) コイルの自己誘導の表式より，

$$v_1 = L\frac{di}{dt} = \frac{\omega L V_0}{R} \cos \omega t$$

（答）tの関数：$v_1 = \dfrac{\omega L V_0}{R} \cos \omega t$，実効値：$\dfrac{\omega L V_0}{\sqrt{2}R}$

(4) コンデンサーの端子間電圧の表式より，

$$v_2 = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i dt = -\frac{V_0}{\omega C R} \cos \omega t$$

ただし，積分定数は無視してある。

（答）tの関数：$v_2 = -\dfrac{V_0}{\omega C R} \cos \omega t$，実効値：$\dfrac{V_0}{\sqrt{2}\,\omega C R}$

(5) $v_2 = 0$より，

$$\cos \omega t = 0 \ (0 \leqq t \leqq T) \qquad \therefore \quad t = \frac{\pi}{2\omega}, \frac{3\pi}{2\omega}$$

（答）$t = \dfrac{\pi}{2\omega}, \dfrac{3\pi}{2\omega}$

(6) 電源電圧v_3はキルヒホッフの第二法則より，

$$v_3 = v_0 + v_1 + v_2 = V_0 \sin \omega t + \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega C R}\right) V_0 \cos \omega t$$

三角関数の合成公式より，

$$v_3 = V_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega C R}\right)^2} \sin(\omega t + \delta)$$

ただし，δは$\tan \delta = \dfrac{\omega L}{R} - \dfrac{1}{\omega C R}$で定まる位相のずれである。よって$v_3$の最大値$V_3$は$\sin(\omega t + \delta) = 1$のとき，

(答) $V_3 = V_0\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{1}{\omega CR}\right)^2}$

(7) bd 間の電圧は，

$$v_1 + v_2 = \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR}\right)V_0\cos\omega t$$

と表せる。時刻 t によらず $v_1 + v_2$ が 0 であるためには，電圧振幅が 0 であればよい。したがって，

$$\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR} = 0 \qquad \therefore \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

(答) $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

(8) 抵抗での平均消費電力に等しいから，

$$\overline{Ri^2} = R\cdot\frac{V_0{}^2}{R^2}\overline{\sin^2\omega t} = \frac{V_0{}^2}{2R}$$

(答) $\dfrac{V_0{}^2}{2R}$

第４問

(1) 屈折率と波長の関係から，

（答）$\lambda_1=\dfrac{\lambda_0}{n_1}$

(2) 光線A，Bの経路差は$2d$，光路差(経路差の光学的距離)は$2n_1d$である。屈折率の大小関係$n_1>n_2>1$より，光線Aは反射において位相がπずれるが，光線Bは反射において位相がずれない。ゆえに明るくなるための条件は，

$$2n_1d_k=\left(k-\frac{1}{2}\right)\lambda_0 \ \cdots \ ① \qquad \therefore \quad d_k=\frac{2k-1}{4n_1}\lambda_0$$

（答）$d_k=\dfrac{2k-1}{4n_1}\lambda_0$

(3) 式①が成立するように厚みd_kを変えずに波長をλ_0から短くするためにはkを大きくする必要がある。すなわちkが$k+1$となるとき，λ_0がλ_2となると解釈できる。式①の左辺は変わらないため，

$$\left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda_2=\left(k-\frac{1}{2}\right)\lambda_0 \qquad \therefore \quad \lambda_2=\frac{2k-1}{2k+1}\lambda_0$$

（答）$\lambda_2=\dfrac{2k-1}{2k+1}\lambda_0$

(4) 設問(3)で得た表式を整理し，与えられた波長を代入して，

$$k=\frac{\lambda_0+\lambda_2}{2(\lambda_0-\lambda_2)}=\frac{1108\,\mathrm{nm}}{2\cdot 92\,\mathrm{nm}}\fallingdotseq 6$$

設問(2)で得た表式に代入して，

$$d_k=\frac{2\cdot 6-1}{4\cdot 2.0}\cdot 600\,\mathrm{nm}\fallingdotseq 8.3\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

（答）$d_k=8.3\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$

(5) 光線Cは屈折率の大きい薄膜から屈折率の小さいガラス板への入射であるから反射での位相変化は0であり，光線Dは屈折率の小さい空気から屈折率の大きい薄膜への入射であるから位相変化はπである。

（答）光線C：0，光線D：π

(6) 光線Cと光線Dの光路差は$2n_1d\cos r$であるから，強め合う条件は，

$$2n_1d\cos r=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda_3$$

屈折の法則より，

$$\sin i=n_1\sin r \qquad \therefore \quad n_1\cos r=\sqrt{{n_1}^2-\sin^2 i}$$

ゆえに強め合う条件は，

$$2d\sqrt{{n_1}^2-\sin^2 i}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda_3$$

（答）$2d\sqrt{{n_1}^2-\sin^2 i}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda_3$

(7) 与えられた角度がiでなくrであることに留意して，設問(6)ではじめに記述した強め合う条件に立ち返り，

$$d=\frac{m+\frac{1}{2}}{2n_1\cos r}\lambda_3$$

最小であるから$m=0$であり，与えられた数値を代入して，

$$d=\frac{\frac{1}{2}}{2\cdot 1.5\cdot\cos 60^\circ}\cdot 560\,\mathrm{nm}\fallingdotseq 1.9\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

（答）$d=1.9\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$