2025年度　私大医学部入試

2025年2月11日　実施

日本大学

医学部　N1二次　数学

（制限時間　60分）

解答速報

医学部専門予備校 D組

解答・解説

[1]

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x+|x|+2)^2\,dx$

$\displaystyle=\int_{-1}^{0}(x-x+2)^2\,dx+\int_{0}^{2}(2x+2)^2\,dx$

$\displaystyle=\left[4x\right]_{-1}^{0}+4\left[\frac{1}{3}(x+1)^3\right]_{0}^{2}$

$\displaystyle=4+4\times\frac{1}{3}(27-1)=\underline{\frac{116}{3}}$

(2) $\displaystyle\int_{1}^{\log 2}e^{2x}\,dx$

$\displaystyle=\left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_{1}^{2}=\underline{\frac{1}{2}(4-e^2)}$

(3) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\sin^2 x\,dx$

$\displaystyle=\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\frac{1-\cos 2x}{2}\,dx$

$\displaystyle=\left[\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x\right]_{0}^{\frac{\pi}{6}}=\underline{\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{8}}$

(4) $x=3\tan\theta$ とおくと

$dx=\dfrac{3}{\cos^2\theta}d\theta$ であり，

x	$0\to 3$
θ	$0\to\frac{\pi}{4}$

より

$\displaystyle\int_{0}^{3}\frac{dx}{x^2+9}$

$\displaystyle=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{9(\tan^2\theta+1)}\cdot\frac{3}{\cos^2\theta}\,d\theta$

$\displaystyle=\frac{1}{3}\left[\theta\right]_{0}^{\frac{\pi}{4}}=\underline{\frac{\pi}{12}}$

[2] (1) $f(x)=2x+k$

$g(x)=\sqrt{x}$ とおくと

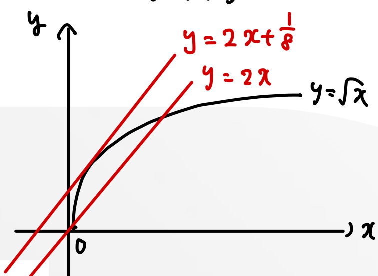
$g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ より

$y=f(x)$ と $y=g(x)$ が接するときの

接点の x 座標を t とおくと

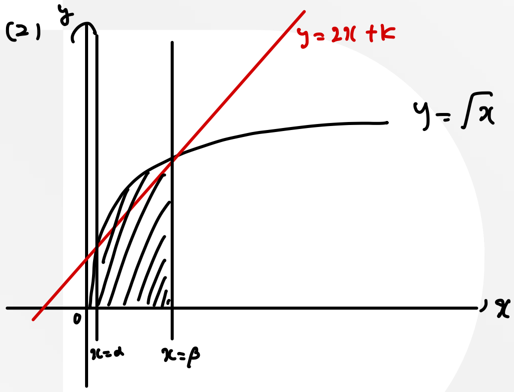
$g'(t)=2$ より $t=\dfrac{1}{16}$ であり

$f(t)=g(t)$ より $k=\dfrac{1}{8}$



上図より $\underline{0\leqq k<\frac{1}{8}}$

(2)



x軸の回りに1回転させる図形は

上図の斜線部

よって

$$\frac{V(k)}{\pi} = \int_\alpha^\beta (\sqrt{x})^2 dx$$
$$= \left[\frac{1}{2}x^2\right]_\alpha^\beta$$
$$= \frac{1}{2}(\beta^2-\alpha^2) \cdots ①$$

ここで α, β は

$\sqrt{x} = 2x+k$ すなわち、両辺を2乗して整理した方程式

$4x^2+(4k-1)x+k^2=0 \cdots ②$ の

2解である

②の解は $x = \dfrac{1-4k\pm\sqrt{1-8k}}{8}$

より

$\alpha = \dfrac{1-4k-\sqrt{1-8k}}{8}, \beta = \dfrac{1-4k+\sqrt{1-8k}}{8}$

を①に代入して

$$\frac{V(k)}{\pi} = \frac{1}{2}(\beta+\alpha)(\beta-\alpha)$$
$$= \frac{1}{2}\times\frac{1-4k}{4}\times\frac{\sqrt{1-8k}}{4} \text{ より}$$

$$V(k) = \frac{\pi}{32}(1-4k)\sqrt{1-8k}$$

[3]

(1) $\int_0^x f(t)dt = \log(x+\sqrt{1+x^2})$ の

両辺を微分して

$$f(x) = \frac{1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

(2) $f(x) = (1+x^2)^{-\frac{1}{2}}$ より

$$f'(x) = -x(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}$$
$$f''(x) = -(1+x^2)^{-\frac{3}{2}} + 3x^2(1+x^2)^{-\frac{5}{2}}$$
$$= (1+x^2)^{-\frac{5}{2}}(2x^2-1)$$

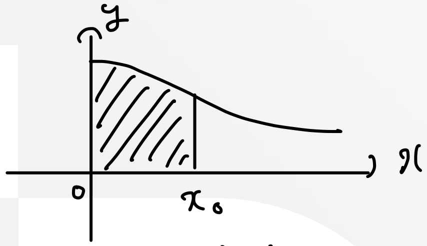
よって

$f''(x)$ は $x>0$ において $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ の前後でのみ符号変化するので $x_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

このとき

$$\int_0^{x_0} f(x)dx = \left[\log(x+\sqrt{x^2+1})\right]_0^{x_0}$$
$$= \log(x_0+\sqrt{x_0^2+1})$$
$$= \log\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$$

(3) (2)より y 軸の回りに回転させる図形は下図の斜線部



求める体積を V とおくと

$$V = \int_0^{x_0} 2\pi(1+x^2)^{-\frac{1}{2}} x\,dx$$
$$= 2\pi\left[\sqrt{1+x^2}\right]_0^{x_0}$$
$$= 2\pi\left(\sqrt{1+x_0^2}-1\right)$$
$$= 2\pi\left(\frac{\sqrt{6}}{2}-1\right)$$
$$= (\sqrt{6}-2)\pi$$