2025年度　私大医学部入試

解答速報

2025年2月1日　実施

日本大学

医学部　N1方式　**数 学**

（制限時間　60分）

医学部専門予備校 D組

解答・解説

[1]

(1) $-x-5 \leqq -3x+1 < 3-x$

$x \leqq 3$ かつ $-1<x$　∴ $-1<x\leqq 3$

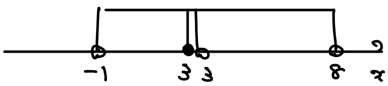
これより、$A=\{x \mid -1<x\leqq 3\}$ である。

また、$x^2-7x-8<0$ を解くと

$(x+1)(x-8)<0$　∴ $-1<x<8$

であるから、$A\cup B=\{x \mid -1<x<8\}$

である。よって $B=\{x \mid 3<x<8\}$



(2) $f(x)=(x-a)^2-a^2+a+1$

であるから、$m=-a^2+a+1$ であり、

$m=-\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

であるから、a が変化するとき、m の最大値は $\frac{5}{4}$ である。

(3) $\log_{10}30^{30}=30\log_{10}30$

$=30(1+\log_{10}3)=44.313$

これより、

$44\leqq \log_{10}30^{30}<45$

$10^{44}\leqq 30^{30}<10^{45}$

であるから、30^{30} は45桁の数である。

(4) $\sqrt{3}+3i=2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

であるから、

$\frac{(\sqrt{3}+3i)^2}{1+i}=\frac{12}{\sqrt{2}}\left\{\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{2}{3}\pi-\frac{\pi}{4}\right)\right\}$

$=6\sqrt{2}\left(\cos\frac{5}{12}\pi+i\sin\frac{5}{12}\pi\right)$

(5) $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$=\frac{\frac{3}{7}+\frac{2}{5}}{1-\frac{6}{35}}=1$

$0<\alpha<\frac{\pi}{4}$　$0<\beta<\frac{\pi}{4}$ より、

$0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$ であるから、

$\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$

[2]

(1) 赤青の確率は $\frac{3\cdot4}{{}_{12}C_2}$，赤白の確率は $\frac{3\cdot5}{{}_{12}C_2}$，青白の確率は $\frac{4\cdot5}{{}_{12}C_2}$ であるから，2個の玉の色が異なる確率は

$$\frac{3\cdot4+3\cdot5+4\cdot5}{{}_{12}C_2}=\frac{47}{66}$$

(2) (1)より，$\frac{3\cdot4+3\cdot5}{3\cdot4+3\cdot5+4\cdot5}=\frac{27}{47}$

[3] $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

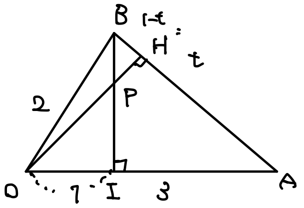
$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$ である。

(1) $\overrightarrow{OH}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$ で，$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$ であることから，

$\{(1-t)\vec{a}+t\vec{b}\}\cdot(\vec{b}-\vec{a})$

$=-6(1-t)+t=0$

よって $t=\frac{6}{7}$ である。



(2) $\cos\angle AOB=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1}{2}$ より

$\angle AOB=60^\circ$ であるから，BからOAに垂線BIを下ろすと，$\overrightarrow{OI}=\frac{\vec{a}}{3}$

BP：PI＝$s:1-s$ とすると

$\overrightarrow{OP}=\frac{s}{3}\vec{a}+(1-s)\vec{b}$

またPはOH上より，

$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OH}=\frac{k}{7}\vec{a}+\frac{6}{7}k\vec{b}$

とも書けるから，

$\frac{s}{3}=\frac{k}{7}$，$1-s=\frac{6}{7}k$

$s=\frac{1}{3}$，$k=\frac{7}{9}$

よって，$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{9}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$ である。

[4]

(1) AB＝99 より

$4^t-2^{t+1}=9999$

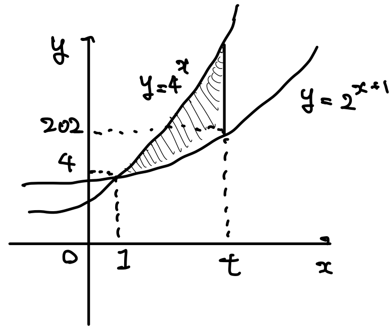
$(2^t)^2-2\cdot2^t-9999=0$

$(2^t+99)(2^t-101)$

$2^t>0$ より，$2^t=101$ である。

(2) $2^6<101<2^7$ であるから，

CとC₂の交点が(1, 4)であることも合わせて，$1\leqq p\leqq6$ である。



(3) $x=p$ 上には $4^p-2^{p+1}+1$ 個の格子点があるから，D内の格子点は

$$\sum_{p=1}^{6}(4^p-2^{p+1}+1)$$

$$=4\cdot\frac{4^6-1}{4-1}-4\cdot\frac{2^6-1}{2-1}+6$$

$$=\frac{4}{3}\cdot4095-252+6=5214\text{個}$$

[5]

(1) A_1 の x 座標を x_1 とすると,

$A_1A_0 = A_1B_1$ より

$$a - x_1 = (\sqrt{3}-1)\,x_1$$

$$x_1 = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

(2) A_k の x 座標は $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{k+1}a$ であるから, $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ とおくと,

正方形 $A_kA_{k+1}B_{k+1}C_{k+1}$ の1辺の長さは

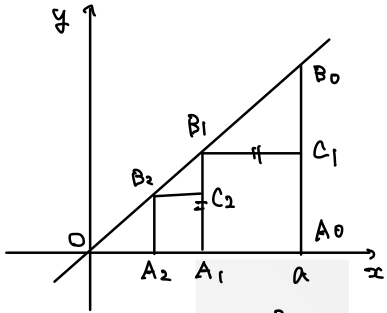
$r^k a - r^{k+1}a = (1-r)\,r^k a$ となり

$$S_k = (1-r)^2 r^{2k} a^2$$

$$T_n = \sum_{k=0}^{n} S_k = (1-r)^2 a^2 \frac{1-r^{2(n+1)}}{1-r^2}$$

となる。これより,

$$\frac{T_7}{T_3} = \frac{1-r^{16}}{1-r^8} = 1+r^8 = \frac{82}{81}$$



(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} T_n = \frac{(1-r)^2}{1-r^2}a^2$ であるから,

これが 1 になるとき

$$\frac{(1-r)^2}{1-r^2}a^2 = 1$$

$$a^2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{(1-r)^2}$$

$$a = \sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{1-r} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

[6]

(1) $f'(x) = 2\cdot\frac{\log x}{x}$ であるから,

接点の x 座標が t であるような接線の方程式は

$$y = \frac{2\log t}{t}(x-t) + (\log t)^2$$

$$y = \frac{2\log t}{t}x - 2\log t + (\log t)^2$$

これが O を通るとき

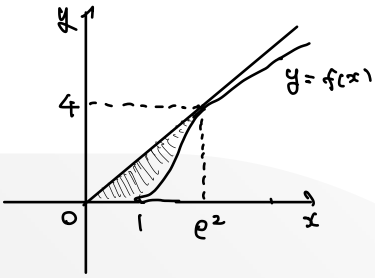
$$-2\log t + (\log t)^2 = 0$$

$$\log t(\log t - 2) = 0$$

$$t = 1,\ e^2$$

傾きが正より $t > 1$ であるから, $t = e^2$

これより P の座標は $(e^2, 4)$ である。



(2) D の面積は

$$\frac{1}{2}\cdot e^2\cdot 4 - \int_1^{e^2}(\log x)^2\,dx$$

$$= 2e^2 - \int_1^{e^2}(x)'(\log x)^2\,dx$$

$$= 2e^2 - \Big[x(\log x)^2\Big]_1^{e^2}$$

$$+ \int_1^{e^2} x\cdot\frac{2\log x}{x}\,dx$$

$$= -2e^2 + 2\Big[x\log x - x\Big]_1^{e^2}$$

$$= -2e^2 + 2\{(2e^2 - e^2) - 1\}$$

$$= \underline{2}$$

であり，回転体の体積 V は

$$\frac{V}{\pi} = \int_0^4 x^2\,dy - \frac{1}{3}e^4\cdot 4$$

$$= \int_1^{e^2} 2x^2\cdot\frac{\log x}{x}\,dx - \frac{4}{3}e^4$$

$$= 2\int_1^{e^2} x\log x\,dx - \frac{4}{3}e^4$$

ここで，

$$\int_1^{e^2} x\log x\,dx = \int_1^{e^2}\left(\frac{x^2}{2}\right)'\log x\,dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2}\log x\right]_1^{e^2} - \int_1^{e^2}\frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\,dx$$

$$= e^4 - \left[\frac{x^2}{4}\right]_1^{e^2} = \frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{4}$$

よって，体積は

$$\frac{V}{\pi} = 2\left(\frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{4}\right) - \frac{4}{3}e^4$$

$$= \frac{1}{6}e^4 + \frac{1}{2}$$

$$V = \underline{\left(\frac{1}{6}e^4 + \frac{1}{2}\right)\pi}$$