東海大学・医学部２日目

1. （１） 実数 a, b が $a^2 > 4b$ を満たすとする．放物線 $y = -x^2$ と直線 $y = ax + b$ は２点で交わる．その交点を P，Q とおく．このとき，線分 PQ の長さは a, b を用いて表すと $\square$ である．

（２） 実数 x が $0 \leqq x \leqq 2$ を満たすとする．関数 $\displaystyle\int_0^2 \{|2(t-x)|+2\}\,dt$ は $x = \square$ のとき最小値 $\square$ をとる．

（３） $\dfrac{1}{3} \leqq x \leqq 27$ のとき関数 $y = (\log_3 x)^2 - \log_9 x^6 - 3$ の最大値は $\square$ であり，最小値は $\square$ である．

（４） 正の奇数の列を，次のような群に分ける．ただし，第 n 群には n 個の数が入るものとする．

$1 \mid 3, 5 \mid 7, 9, 11 \mid 13, 15, 17, 19 \mid 21, \cdots$

奇数 2025 が入る群は第 $\square$ 群である．

（５） アルファベット K，A，N，A，G，A，W，A の８文字をすべて用いて順列を作る．どの A も隣り合わない，異なる順列の総数は $\square$ 通りある．

（６） 点 $(3, 5)$ を中心とする円 C_1 と点 $(9, 13)$ を中心とする円 C_2 が異なる２点で交わっており，円 C_3 は C_1 と C_2 の両方に内接する円のうち，最も面積が大きい円であるとする．C_1 の半径が 8，C_3 の半径が 2 であるとき，C_2 の半径は $\square$ である．

2. 一辺の長さが 1 の正八面体 H を考える．

（１） H の表面積は $\square$ である．

（２） H の各頂点を通る球の半径は $\square$ である．

（３） H の体積は $\square$ である．

（４） H の一辺を共有する２つの H の面をなす鈍角を α とする．このとき，$\cos\alpha = \square$ である．

（５） H の各面と接する球の体積は $\square$ である．

（６） H の一つの面 T と平行な平面 P で H を切ったとき，断面を S とする．P の位置によらず S の周の長さは $\square$ であるが，S の面積は P の位置によって変化し，その最大値は $\square$ である．

3. x を実数とし，$f(x) = 2x + 2,\ g(x) = x^2$ とする．

（１） $-2 < f(x) < 2$ は，$\square < x < \square$ であるための必要十分条件である．

（２） $-5 < x < 2$ は，$-2 < f(x) < 2$ であるための $\boxed{\text{ア}}$．

$\boxed{\text{ア}}$ に最も適するものを，次の ①～④ のうちから選び，数字で答えなさい．

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが十分条件ではない

③ 十分条件であるが必要条件ではない

④ 必要条件でも十分条件でもない

（３） a は正の実数とする．命題

$|x-1| < a \Longrightarrow -3 < f(x) - f(1) < 5$

が真となるような a の最大値は $a = \square$ である．

（４） b は正の実数とする．命題

$-3 < f(x) - f(1) < 5 \Longrightarrow |x-1| < b$

が真となるような b の最小値は $b = \square$ である．

（５） $-3 < g(x) < 2$ は，$\square < x < \square$ であるための必要十分条件である．

（６） c は正の実数とする．命題

$|x-1| < c \Longrightarrow -\dfrac{1}{2} < g(x) - f(1) < \dfrac{1}{2}$

が真となるような c の最大値は $c = \square$ である．

（７） d は正の実数とする．命題

$$-\frac{1}{2} < g(x) - f(1) < \frac{1}{2} \Longrightarrow |\,x-1\,| < d$$

が真となるような d の最小値は $d = \boxed{}$ である．