東海大学・医学部１日目

1．（1）　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3k(3k+3)}=\square$ である．

（2）　関数 $f(x)=\left(\dfrac{4}{2^x}\right)^x$ は，$x=\square$ のとき最大値 $\square$ をとる．

（3）　$(x+1)^{26}$ の展開式における x^2 の項の係数は $\square$ である．26^{26} を 625 で割ったときの余りは $\square$ である．

（4）　さいころを 3 回投げ，出た目を順に x, y, z とする．このとき，$x \leqq y \leqq z$ となる場合は $\square$ 通りである．

（5）　実部が 1 であり，虚部が正である複素数 z において，z^3 の虚部 y がとりうる値は $y \leqq \square$ である．

（6）　$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}, \pi<\beta<\dfrac{3}{2}\pi, \tan\alpha=2, \tan\beta=3$ のとき，$\cos(2\alpha+\beta)=\square$ である．

（7）　$0<a<4$ とする．直線 $l : y=ax$ と放物線 $C : y=4x-x^2$ の共有点のうち，x 座標が正である点を P とおく．このとき P の x 座標は a を用いて表すと $\boxed{ア}$ である．また，C と l により囲まれた部分の面積と，l と x 軸と直線 $x=\boxed{ア}$ により囲まれた部分の面積の比が $2:1$ になるのは，$a=\square$ のときである．

2．四面体 OPQR において

$$\mathrm{OP}=\mathrm{OQ}=\mathrm{PQ}=2,\ \mathrm{QR}=2\sqrt{3},\ \mathrm{OR}=4,\ \mathrm{PR}=3\sqrt{2}$$

であり，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}, \overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\vec{q}, \overrightarrow{\mathrm{OR}}=\vec{r}$ とおく．

（1）　$\vec{p}\cdot\vec{q}=\square, \vec{q}\cdot\vec{r}=\square$ である．

（2）　$\cos\angle\mathrm{POR}=\square, \vec{p}\cdot\vec{r}=\square$ である．

（3）　3 点 O，P，Q を通る平面を α とし，点 R から α へ下ろした垂線と α の交点を H とする．x, y を実数として，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=x\vec{p}+y\vec{q}$ とおく．$\vec{p}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}$ を x, y を用いて表すと $\vec{p}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}=\square x+2y-1$ であり，$\vec{q}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}$ を x, y を用いて表すと $\vec{q}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}=\square x+4y-4$ であるから，$x=\square, y=\square$ となる．

（4）　直線 PH と直線 OQ の交点を L とすると，$\mathrm{OL}:\mathrm{LQ}=\square:1$ である．

3．xy 平面上に 3 点 $\mathrm{O}(0, 0), \mathrm{A}(1, 0), \mathrm{B}(1, \sqrt{3})$ をとり，$\triangle\mathrm{AOB}$ を考える．

（1）　$\angle\mathrm{AOB}$ を二等分する直線 l の方程式は $y=\square$ である．

（2）　$\triangle\mathrm{AOB}$ に内接する円 C の半径は $\square$ であり，中心の x 座標は $\square$ である．

（3）　l と C の共有点であり，O との距離が小さい方の点を D とする．点 D の x 座標は $\square$ である．

（4）　辺 OA，OB と C に接する円 C' の半径は $\square$ であり，中心の x 座標は $\square$ である．

（5）　OA と C, C' で囲まれた部分の面積は，C' で囲まれた部分の面積の $\left(\boxed{ア}\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}-\boxed{イ}\right)$ 倍である．ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ には有理数が入るものとする．