東北医科薬科大学

1．2次方程式 $x^2+ax+4b=0$ の解を α, β とおく．ただし，実数 a, b は $a^2-10a+b^2=0$ を満たす．このとき，次の問に答えなさい．

（1） α, β が実数でないとき，$|\alpha|$ の最大値は $\square\sqrt{\square}$ であり，このとき，$a=\square$, $b=\square$ である．

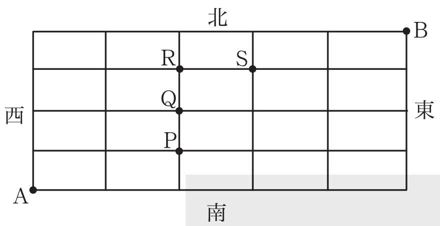
（2） $\alpha=\beta$ で $a \neq 0$ のとき，$a=\square$, $b=\square$, $\alpha=\beta=\square$ である．

（3） α, β が実数であるとする．このとき，

（i） $\alpha^2+\beta^2+10\alpha+10\beta$ の最大値は $\square$ である．

（ii） $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\alpha\beta-\alpha-\beta$ の最大値は $\square+\square\sqrt{\square}$，最小値は $\square$ である．

2．下図のように，東西に 5 本，南北に 6 本の道がある．A から B まで行く道順を考える．次の問に答えなさい．



（1） A から B まで最短で行く道順は $\square$ 通りである．

（2） Q を通って，A から B まで最短で行く道順は $\square$ 通りである．

（3） 区画 QR および区画 RS のどちらも通らずに，A から B まで最短で行く道順は $\square$ 通りである．

（4） A から B まで行く途中に，1 回だけ東から西に 1 区画戻ることにして行くとする．ただし，この 1 回以外は，東か北のいずれかにしか移動しない．また，B には 1 度だけ到達するものとする．このとき，

（i） P，Q，R のいずれかで 1 区画西に戻ることにして，A から B まで最短で行く道順は $\square$ 通りである．

（ii） 途中に 1 回だけ東から西に 1 区画戻ることにして，A から B まで最短で行く道順は $\square$ 通りである．

3．$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ を定義域とする 2 つの関数 $f(x)$, $g(x)$ が，次の（i），（ii）を満たすとする．

（i） $f(x)=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\tan^2 x+(3-\sqrt{3})\tan x-8g(x)$

（ii） $g'(x)=\tan x$, $g(0)=0$.

このとき，次の問に答えなさい．以下，対数は自然対数とする．

（1） $f'(0)=\square-\sqrt{\square}$, $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\square$ である．

（2） $f(x)$ の極小値を求めると，

$$x=-\frac{\square}{\square}\pi \text{ のとき，} \frac{\square-\square\sqrt{\square}}{\square}-\square\log 2,$$

$$x=\frac{\square}{\square}\pi \text{ のとき，} \frac{\square-\sqrt{\square}}{\square}-\square\log 2$$

の 2 つである．

（3） $f(x)$ の極大値を求めると，$x=\dfrac{\square}{\square}\pi$ のとき，

$$\frac{\square-\square\sqrt{\square}}{\square}+\square\log\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}+\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{4}\right) \text{ である．}$$

ただし，$\boxed{\text{ア}}>\boxed{\text{イ}}$ とする．