日本大学・医学部

1. (1) $\emptyset$ は空集合を表すものとする．集合 A,B が，$A=\{x\mid -x-5\leqq -3x+1<3-x\}$, $A\cap B=\emptyset$, $A\cup B=\{x\mid x^2-7x-8<0\}$ を満たすとき，$B=\left\{x\mid \square<x<\square\right\}$ である．

(2) 関数 $f(x)=x^2-2ax+a+1$ の最小値を m とする．a がすべての実数値をとって変化するとき，m の最大値は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

(3) 30^{30} は $\square$ 桁の整数である．ただし，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

(4) i を虚数単位とする．$\dfrac{(\sqrt{3}+3i)^2}{1+i}=\square\sqrt{\square}\left(\cos\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\pi+\sin\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\pi\right)$ である．

(5) $0<\alpha<\pi$, $0<\beta<\pi$, $\tan\alpha=\dfrac{3}{7}$, $\tan\beta=\dfrac{2}{5}$ のとき，$\alpha+\beta=\dfrac{\square}{\square}\pi$ である．

2. 赤玉が 3 個，青玉が 4 個，白玉が 5 個入った袋から 2 個の玉を同時に取り出す．

(1) 取り出した 2 個の玉の色が異なる確率は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

(2) 取り出した 2 個の玉の色が異なるとき，そのうち 1 個が赤玉である条件付き確率は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

3. t を実数とする．$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=3$, $|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=2$, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=3$ である $\triangle\mathrm{OAB}$ において，頂点 O から辺 AB に下ろした垂線と辺 AB の交点を H とし，$\mathrm{AH}:\mathrm{HB}=t:(1-t)$ とする．

(1) $t=\dfrac{\square}{\square}$ である．

(2) $\triangle\mathrm{OAB}$ の垂心を P とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\square}{\square}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{\square}{\square}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ である．

4. t を正の定数とする．O を原点とする座標平面上に 2 つの曲線 $C_1: y=2^{x+1}$, $C_2: y=4^x$ および，直線 $l: x=t$ があり，l と C_1, C_2 の交点をそれぞれ A，B とするとき，$\mathrm{AB}=9999$ である．

(1) $2^t=\boxed{ア}$ である．

(2) C_1, C_2 および l で囲まれた図形を D とする．ただし，D は境界線を含むものする．ここで，$2^{\boxed{イ}}<\boxed{ア}<2^{\boxed{イ}}+1$ だから，D に含まれる格子点の座標を (p,q) とするとき，p のとりうる値の範囲は $\square\leqq p\leqq\boxed{イ}$ である．ただし，格子点とは x 座標と y 座標がともに整数である点のことである．

(3) (2) で定めた図形 D に含まれる格子点は $\square$ 個である．

5. a を正の定数とする．O を原点とする座標平面上に直線 $l: y=(\sqrt{3}-1)x$ があり，直線 $x=a$ と x 軸，l の交点をそれぞれ A_0, B_0 とする．線分 OA_0 上に点 A_1，線分 OB_0 上に点 B_1，線分 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0$ 上に点 C_1 を四角形 $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1$ が正方形となるようにとる．同様に，負でない整数 k を用いて，線分 OA_k 上に点 A_{k+1}，線分 OB_k 上に点 B_{k+1}，線分 $\mathrm{A}_k\mathrm{B}_k$ 上に点 C_{k+1} を四角形 $\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}\mathrm{B}_{k+1}\mathrm{C}_{k+1}$ が正方形となるようにとる．正方形 $\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}\mathrm{B}_{k+1}\mathrm{C}_{k+1}$ の面積を S_k とし，$\sum\limits_{k=0}^{n}S_k=T_n$ とする．

(1) 点 A_1 の x 座標は $\dfrac{\sqrt{\square}}{\square}a$ である．

(2) $\dfrac{T_7}{T_3}=\dfrac{\square}{\square}$ である．

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}T_n=1$ となるのは $a=\dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}+\sqrt{\boxed{イ}}}{\square}$ のときである．(ただし，$\boxed{ア}>\boxed{イ}$ とする)

6. 関数 $f(x)=(\log x)^2$ がある．O を原点とする座標平面上において，O から曲線 $y=f(x)$ に引いた接線のうち傾きが正のものを l とし，曲線 $y=f(x)$ と直線 l の接点を P とする．また，曲線 $y=f(x)$ の $x\geqq 1$ の部分と，線分 OP および x 軸で囲まれた図形を D とする．ただし，$\log$ は自然対数とし，e はその底とする．

(1) 点 P の座標は $\left(e^{\square},\ \square\right)$ である．

（２） D の面積は $\square$ であり，D を y 軸のまわりに１回転してできる立体の体積は $\left(\dfrac{\square}{\square}e^{\square}+\dfrac{\square}{\square}\right)\pi$ である．