聖マリアンナ医科大学

1. a は正の実数，m, n は 2 以上の整数とする．以下の（1），（2）に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

（1） $\sqrt[n]{a}$ の定義を述べよ．

（2） 正の実数 b について，$(b^m)^n = b^{mn}$ が成り立つことを用いて，$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ を示せ．

2. 3 種類の文字 a，b，c から重複を許して 10 個の文字を選び，

aaaaaaaaaa, aabbccabcc, abcbaccabc

のように，一列に並べたものを**単語**と呼ぶことにする．単語についての次の条件（ i ）〜（iv）を考える．

（ i ） a を 3 個，b を 4 個，c を 3 個使って作られている

（ii） 左端の文字は a である

（iii） 右端の文字は b である

（iv） 同じ文字が隣り合うことはない

また単語から c をすべて取り除く操作を d で表す．たとえば，

d(aaabbbbccc) = aaabbbb，d(babcabcabc) = bababab

である．以下の（1）〜（5）の$\square$にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

（1） 条件（ i ）を満たす単語の個数は$\square$個である．

（2） 条件（ i ），（ii）のすべてを満たす単語の個数は$\square$個である．

（3） 条件（ i ）〜（iii）のすべてを満たす単語の個数は$\square$個である．

（4） 条件（ i ）〜（iv）のすべてを満たす単語に操作 d を行う．このとき aabbbab となる単語は$\square$個，ababbab となる単語は$\square$個となる．

（5） 条件（ i ）〜（iv）のすべてを満たす単語の個数を求めると$\square$個である．

3. $0 \leqq x \leqq 2\pi$ で定義された関数 $f(x) = 4\sin x + |2\cos 2x + 1|$ に対し，xy 平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする．

以下の（1）〜（4）の$\square$にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

（1） $t = \sin x$ とおき，$f(x)$ を t の式で表す．このとき $f(x) = -4t^2 + 4t + 3$ となる t の範囲を求めると $\square \leqq t \leqq \square$ である．

（2） x が $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲を動くとき，$f(x)$ の最大値は$\square$で，最小値は$\square$である．

（3） 直線 $y = 3$ と曲線 C の共有点の個数は$\square$個である．

（4） 直線 $y = k$ と曲線 C の共有点の個数が 6 個であるような k の値の範囲は $\square < k < \square$ である．

4. 座標平面における原点を極，x 軸の正の部分を始線として極座標を定める．

極方程式 $r = \dfrac{2}{1 - \sin\theta}$ が定める曲線を C_1，極方程式 $r = \dfrac{2}{1 + \cos\theta}$ が定める曲線を C_2 とする．以下の（1）〜（3）の$\square$にあてはまる適切な数または式と（4）に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

（1） 曲線 C_1, C_2 の交点の座標を求めると，$(r, \theta) = (4 + 2\sqrt{2}, \square), (4 - 2\sqrt{2}, \square)$ である．ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

（2） C_1 を直交座標に関する方程式で表すと $y = \square$ である．

（3） C_2 を直交座標に関する方程式で表すと $x = \square$ であり，y を x の式で表すと $y = 2\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ または $y = -2\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ となる．

（4） 曲線 C_1, C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ．なお解答用紙の所定の欄に計算の過程も記載すること．