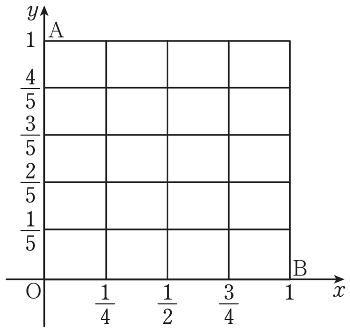
関西医科大学・後期

1．xy 座標平面上に下図の太線で示すような格子状の道路を設定し，この道路のみを通って移動する点を考える．今，ある点が，点 $\mathrm{A}(0,\ 1)$ から点 $\mathrm{B}(1,\ 0)$ まで最短の道のりで移動する．この点が移動する経路と，x 軸，y 軸によって囲まれた範囲の面積を S とする．囲まれる部分がないときは $S=0$ とする．



以下の設問に答えよ．なお，答えの導出過程は枠内に簡潔に記入し，各設問の答えは指定欄にそれぞれ記入すること．

（1） A から B へ移動する道順が何通りあるか求めよ．

（2） A から B へ移動する道順で，S が $\dfrac{2}{5}$ となるものは何通りあるか求めよ．

（3） A から B へ移動する道順で，S が $\dfrac{3}{4}$ となるものは何通りあるか求めよ．

（4） A から B へ移動する経路の途中の点の座標を $(x,\ y)$ と表す．（3）で求めた道順をすべて考えた時に，$x+y$ のとりうる値の範囲を求めよ．

2．実数 a を用いて，関数 $f(x)$ を $f(x)=x^4-6x^2-4ax$ と定める．$\alpha,\ \beta,\ \gamma$ が互いに異なる実数であるとき，$f(x)$ は $x=\alpha,\ x=\beta,\ x=\gamma$ でそれぞれ極値をとる．以下の設問に答えよ．なお，答えの導出過程は枠内に簡潔に記入し，各設問の答えは指定欄にそれぞれ記入すること．

（1） a のとりうる値の範囲を求めよ．

（2） $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ を a を用いて表せ．

（3） $(1+\alpha)(1+\beta)(1+\gamma)$ を a を用いて表せ．

（4） $(1-\alpha^2)(1-\beta^2)(1-\gamma^2)$ のとりうる値の範囲を求めよ．

3．数列 $\{a_n\}$ を，$a_1=1,\ a_2=2,\ na_{n+2}-2(n+1)a_{n+1}+(n+2)a_n=0\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ と定める．また，$\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ を $b_n=a_{n+1}-a_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ と定める．以下の設問に答えよ．

（1） b_{n+1} を b_n を用いて表せ．

（2） 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

（3） 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

4．θ を $0<\theta<\pi$ の範囲を動く媒介変数とする．原点を O とする xy 平面上に，点 $\mathrm{A}(\cos\theta,\ \sin\theta)$，点 $\mathrm{B}(\cos 2\theta,\ \sin 2\theta)$，点 $\mathrm{D}\left(-\dfrac{1}{3},\ 0\right)$ をとる．線分 AB を $1:2$ に内分する点を N とし，N の軌跡を C とする．このとき，以下の設問に答えよ．

（1） $\mathrm{OA}\,/\!/\,\mathrm{DN}$ であることを示せ．

（2） DN の長さを θ を用いて表せ．

（3） C の概形を描け．

（4） 直線 AB は C に接することを示せ．