

物 理 (前期)

I 図1のように、下端におもりを取り付けたテープを鉛直に記録タイマーに通し、テープから手をそっと放した。手を放した瞬間、記録タイマーのスイッチが入りテープに打点が始まった。床に到達したテープには図2のような点が記録されていた。記録タイマーは、1秒間に50回打点することができる。以下の問に答えよ。

問 1 1つの点を打ってから次の点を打つまでにかかる時間を答えよ。

図2の点Oは打点を開始した点である。点Oからの距離を2打点毎に計測し、表のようにまとめた。

問 2 手を放してから2打点目および8打点目までおもりが落下したときの平均の速さは何 m/s か。有効数字2桁で、それぞれ答えよ。

表のように、2打点目と0打点目の間を区間1、4打点目と2打点目の間を区間2のように、 $2n$ 打点目と $2(n-1)$ 打点目の間を区間 n とし、各区間の距離を求め、 n と区間の距離をグラフにしたところ、図3のような直線となった。

問 3 落下運動の加速度の大きさは何 m/s^2 か。有効数字2桁で答えよ。途中の考え方も記せ。

問 4 2打点目および8打点目でのおもりの落下速度の大きさは何 m/s か。有効数字2桁で、それぞれ答えよ。途中の考え方も記せ。

問 5 この方法で求めた加速度の大きさは、実際の重力加速度の大きさより小さくなる傾向にある。その原因となる2つの力をそれぞれ18文字以内で簡潔に答えよ。

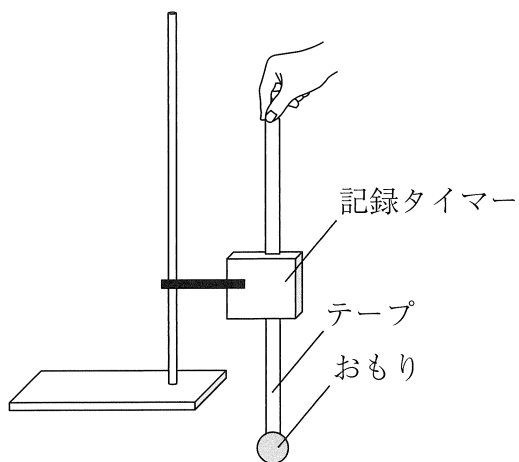


図 1

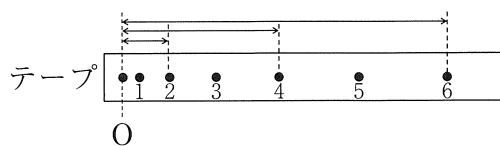


図 2

打点	点 O からの 距離 [cm]	区間 n	区間の距離 [cm]
0	0.0		
2	2.0	1	2.0
4	5.5	2	3.5
6	10.5	3	5.0
8	17.1	4	6.6
10	25.1	5	8.0
12	34.8	6	9.7
14	46.0	7	11.2
16	58.8	8	12.8
18	72.9	9	14.1
20	88.7	10	15.8

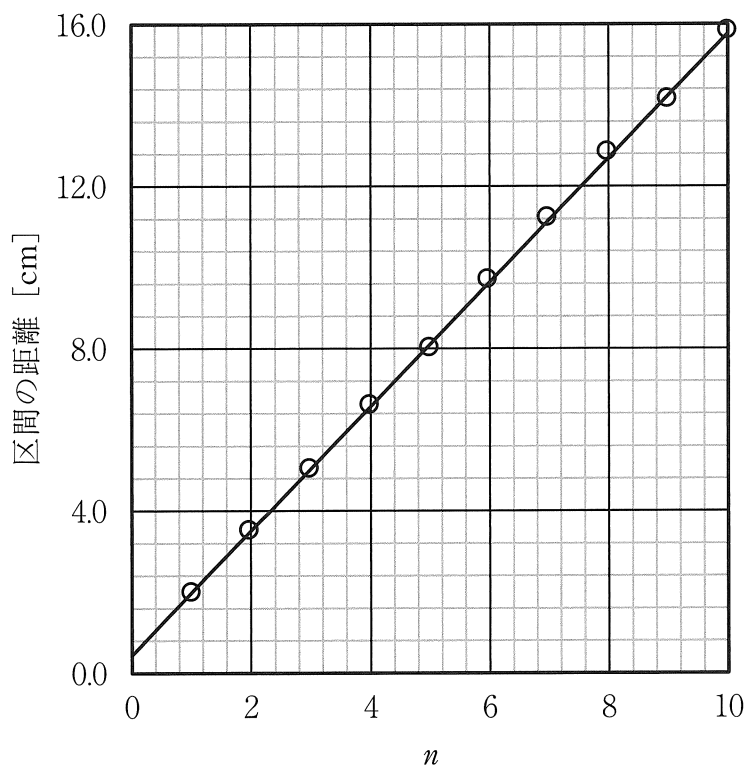


図 3

Ⅱ 真空中に、図1、図2のように半径が R の半円形で薄い中空の電極 D_1 、 D_2 が向かい合わせで、半円形の面が水平となるように置かれている。 D_1 と D_2 の隙間は R に比べじゅうぶん小さい。 D_1 と D_2 は高周波電源に接続されている。この高周波電源は、電極間の電圧の向きを周期的に反転させながら、電極間に一定の電圧 V をかけることができる。 D_1 と D_2 の間に一定の電圧がかかるとき、 D_1D_2 間の電場(電界)は一様かつ均一であるとする。

図2のように、鉛直上向きを z 軸、 D_2 の直線部分の中心を原点 O とし、 D_1 から D_2 の向きに x 軸、 D_2 の直線に沿って y 軸を取る。 D_1 と D_2 に、 z 軸の正の方向に磁束密度 B の一様な磁場(磁界)を与えた。この状態で、 D_1 の直線部上で y 座標の値が正である点 P に置かれたイオン源から、正の電荷を持つ粒子(電気量 q 、質量 m)を、 x 軸の正の方向に x 軸に平行に、初速 v で打ち出した。以下の問に答えよ。荷電粒子の大きさ、電極の板の厚さ、重力の影響は無視できる。

高周波電源を切った状態で荷電粒子を打ち出したところ、荷電粒子は電極の空洞内の xy 平面上で等速円運動を行った。

問1 荷電粒子が初めて x 軸上に到達した瞬間、磁場から受ける力の大きさと向きを答えよ。向きは解答欄の選択肢から適切なものを選び丸で囲み答えよ。

問2 等速円運動の半径と周期を求めよ。

高周波電源を入れた状態でイオン源から荷電粒子を打ち出したところ、荷電粒子は等加速度直線運動と等速円運動を繰り返し、円軌道の半径が R に近づいた。

問3 高周波電源の反転周期を求めよ。途中の考え方も記せ。

問4 円軌道の半径が $r(<R)$ のとき、荷電粒子は何回隙間を通過したか。途中の考え方も記せ。

高周波電源を図3のような直流電源に変更し，電源を入れた状態で同じイオン源から荷電粒子を打ち出した。

問 5 荷電粒子が点Pを出発して，隙間を4回通過するまでの軌跡の概形を実線で描け。隙間はじゅうぶん小さいので D_1 の直線部は y 軸に一致する。

高周波電源

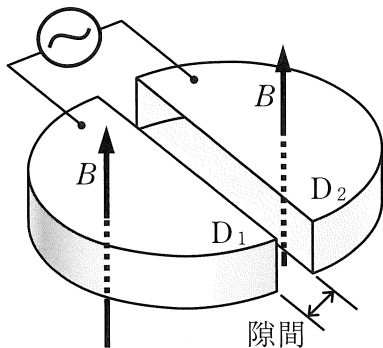


図 1

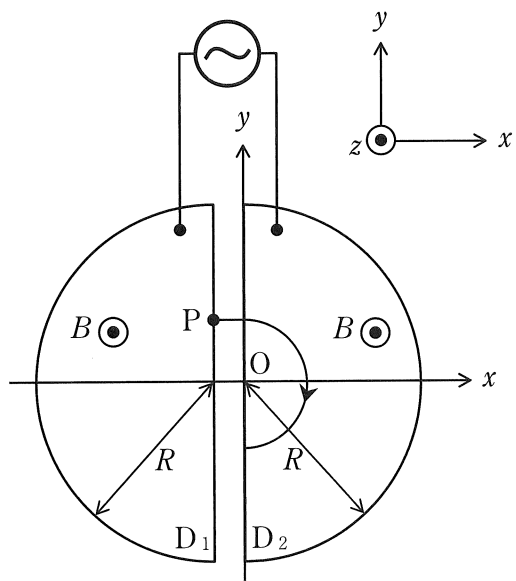


図 2

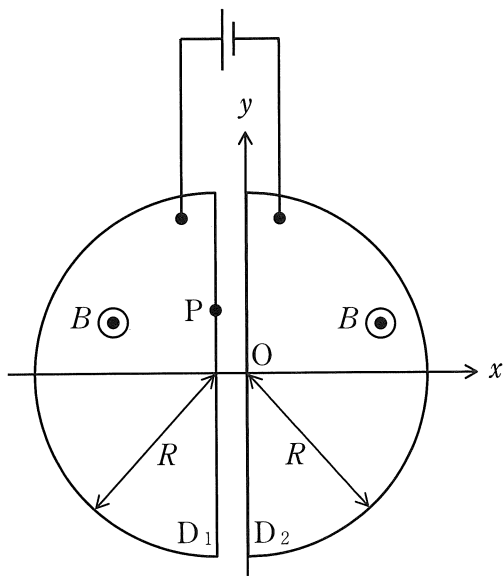


図 3

Ⅲ 次の文章を読み、アからクの空欄には適切な文字式を答え、A は解答欄の選択肢から適切なものを選び丸で囲み答えよ。

人が聴くことのできる音の振動数の上限を超える音を超音波という。超音波は、物質と物質の境界で反射する性質を持つ。また、超音波は生体内を良く透過し、生体組織内での速度が、骨や肺を除くと臓器によって大きく変化しないという性質を持つことから、医療診断装置に利用されている。

血液の速度を測定する超音波ドップラー法では、赤血球で反射した超音波の振動数が、赤血球の速度に応じて変化する現象を利用する。超音波ドップラー法で心臓の内部にある空間(内腔)を流れる血液の速度を計測する場合、受信器が検出する信号に含まれる心臓の壁や弁などの動きに由来する雑音(ノイズ)を除去してきた。このノイズから組織の動きに関する情報を取り出そうと開発された方法が、組織ドップラー法である。

心臓の壁は、内膜、筋肉の層(心筋層)、外膜で構成されており、心筋が収縮するとき心臓の内腔が小さくなり、心筋が弛緩して拡張すると内腔が大きくなる。心筋層の体積は常に一定に保たれると考えられるので、心筋層の厚さは収縮時と拡張時で変化する。収縮と拡張による心筋層の厚さの変化率を組織ドップラー法で求める方法を考えてみよう。

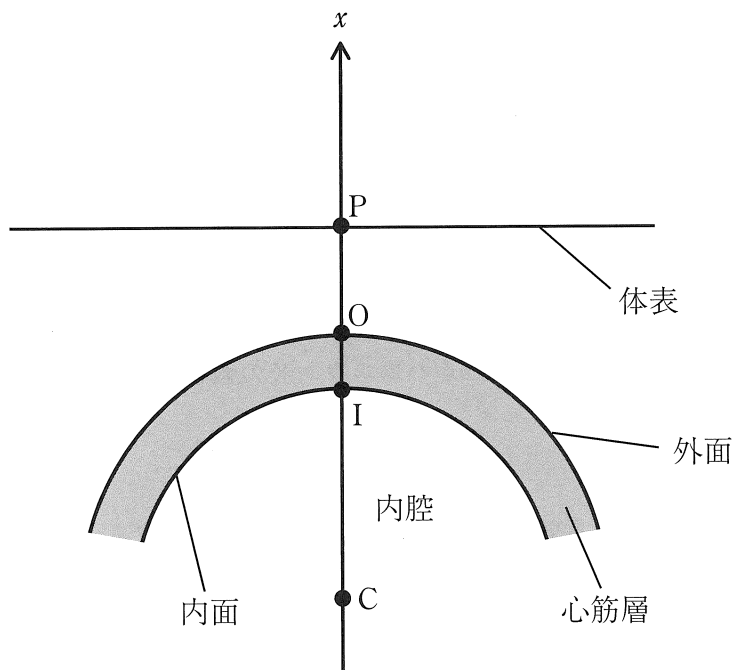
図は、左心室の断面の一部を模式的に表したものである。左心室の内腔の収縮と拡張の中心を点C、点Cから体表に向って引いた垂線を x 軸とする。心筋層の内腔側の面(内面)と x 軸との交点を点I、体表側の面(外面)と x 軸との交点を点O、体表と x 軸との交点を点Pとする。簡単に考えるため、固定された点Cと点Pの間で心筋は一定の速さで収縮と拡張を繰り返すとする。

振動数 f_0 の超音波を発生させる発振器(音源)と受信器を、点Pに置き、点Cに向かって超音波を発信し、心筋層の内面で1回反射した超音波と外面で1回反射した超音波を受信器でそれぞれ検出する。超音波を発信した時刻を0、体内での超音波の音速を V_0 とする。

内腔が拡張するとき、心筋層は体表(A に近づく ・ から遠ざかる)。このときの点Iの速さを v_1 とすると、点Iに到達する超音波の振動数(点Iで観測する超音波の振動数)は と与えられる。よって、受信器で検出される超音波の振動数は となる。受信器で検出された超音波の振動数が f_1 ならば、 v_1 は と求まる。同様に、点Oで反射し、受信器で検出した超音波の振動数が f_2 ならば、O点の速さ v_2 は と求まる。

内腔の収縮と拡張は一定の周期で繰り返される。この運動を周期 T の単振動と仮定すると、内腔が最も収縮した状態から最も拡張した状態になるのに要する時間は となる。よって、このとき心筋層の厚さは だけ変化することになる。

V_0 は v_1 や v_2 よりもじゅうぶん大きい。よって、内腔が最も収縮した時、点Iで反射した超音波を受信器で検出した時刻を t_1 、点Oで反射した超音波を検出した時刻を t_2 とすると、心筋層の厚さは と与えられる。よって、心筋層の厚さの変化率は として求められる。



IV 数千万年から数百億年の長い半減期を持つ放射性同位体は宇宙核時計と呼ばれる。

ルテチウムには二つの同位体が存在する。ルテチウム 175 ($^{175}_{71}\text{Lu}$) は安定に存在するが、ルテチウム 176 ($^{176}_{71}\text{Lu}$) は 372 億年の半減期を持つ放射性同位体で、宇宙核時計として利用することができる。ルテチウム 176 は β 崩壊し、 β 線や γ 線を放出しながら安定同位体であるハフニウム X になる。地球を含む太陽系の年齢は、隕石を構成する鉱物に含まれるハフニウムの個数から推定することができる。以下の問に答えよ。

問 1 ルテチウム 176 が β 崩壊してできるハフニウム X の原子番号と質量数をそれぞれ答えよ。

ルテチウム 176 の崩壊が始まった時刻を 0、現在の時刻を t とする。時刻 t のとき、ある鉱物の中に半減期が T であるルテチウム 176 が n 個存在している。

問 2 時刻 0 でのルテチウム 176 の個数を答えよ。途中の考え方も記せ。

問 3 時刻 t までにルテチウム 176 の β 崩壊により新たにできたハフニウム X の個数を答えよ。

時刻 0 のとき鉱物にはハフニウム X が N_X 個存在していたとする。

問 4 時刻 t のとき鉱物に含まれるハフニウム X の個数 N_T を N_X と n を用いて表せ。

ハフニウムにはハフニウム X 以外に、安定同位体ハフニウム Y が存在する。鉱物中の n や N_T を測定することは難しいが、崩壊しないハフニウム Y の個数 N_Y に対する比である n/N_Y や N_T/N_Y は精度よく測定することができる。

太陽系が生まれたときに形成された隕石を構成する複数の鉱物について、横軸に n/N_Y 、縦軸に N_T/N_Y を取ったグラフを作成したところ、傾きが 0.09 の直線が得られた。

問 5 地球(太陽系)の年齢を、有効数字 2 桁で答えよ。途中の考え方も記せ。必要があれば、 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 109 = 2.04$ を用いてもよい。