

物 理

〔問 1〕 小球の円運動について、次の各問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

I. 図 1a のように、水平に置かれたなめらかな平板上の点 O に、高さ h の変形しない細い棒が平板に垂直に立っている。棒の上端には、伸縮しない軽い糸をつけ、糸の他端には質量 m の小球 A を付けた。小球 A は、速さ v で、点 O を中心に平板上で円運動をしている。このとき、棒と糸とのなす角は α であった。小球 A の大きさおよび空気抵抗は無視できるものとする。

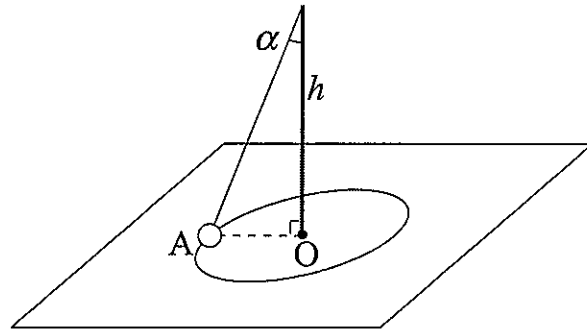


図 1a

- (1) 円運動の半径を求めよ。
- (2) 糸の張力の大きさを求めよ。
- (3) 小球 A が平板から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。
- (4) 徐々に v を大きくしていったとき、小球 A が平板から離れる瞬間の v を求めよ。

〔問 1 続き〕

II. 次に、図 1b のように、図 1a の平面板および棒を角度 β だけ傾けたところ、小球 A は平面板上で点 O を中心に円運動をした。ただし、 $0 < \beta < \alpha$ とする。平面板と棒は垂直を保っている。小球 A が円運動する軌道の最下点を P、最上点を Q とし、小球 A が最下点 P を通過するときの速さを v_0 とする。

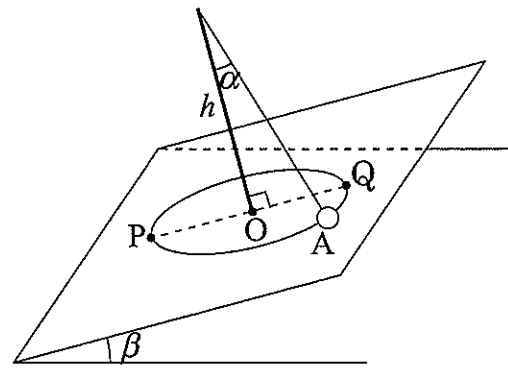


図 1b

- (5) 小球 A が円運動の最下点 P を通過するとき、小球 A が平面板から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。
- (6) 小球 A が円運動の最下点 P で平面板から離れないための速さ v_0 の条件を求めよ。
- (7) 小球 A が円運動の最上点 Q を通過するとき、小球 A の速さを求めよ。
- (8) 小球 A が円運動の最上点 Q を通過するとき、糸の張力の大きさを求めよ。
- (9) 小球 A が円運動の最上点 Q を通過するとき、小球 A が平面板から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。
- (10) 円運動の最下点 P でも、最上点 Q でも、小球 A が平面板から離れずに円運動を行う速さ v_0 の条件を求めよ。
- (11) (10)の円運動が実現するための、 $\tan \beta$ の条件を求めよ。

〔問 2〕 次の各問いに答えよ。解答は解答欄に記すこと。

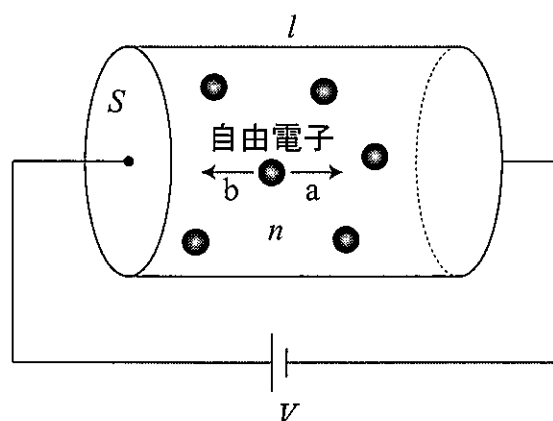


図 2

(1) 一様な導体中の電気伝導について、次の文の空欄にあてはまる適切な式、語句または記号を答えよ。②、④、⑤については、図 2 の中で示す a または b の記号で答えよ。

図 2 のように、断面積 S 、長さ l の円柱形の導体の両端に、直流電圧 V を加えた。このとき、導体には大きさ ① の一様な電場が生じる。導体内を移動する電気量 $-e$ の自由電子は、電場から ② の向きに大きさ ③ の力を受けて加速される。自由電子は、導体中の熱振動する陽イオンとの衝突によって ④ の向きの力を受けて減速され、平均すると一定の速さで ⑤ の向きに移動する。陽イオンとの衝突による抵抗力は自由電子の速さに比例すると仮定し、その比例定数を k とする。この抵抗力が自由電子が電場から受ける力と等しいとすると、自由電子の速さは ⑥ となる。導体中で、単位体積あたりの自由電子の個数を n とすると、導体の断面積 S の断面を単位時間あたりに通過する電子数は ⑦ 個となる。したがって、電流の大きさは ⑧ で与えられる。この式から導体の電気抵抗は ⑨ となる。導体材料と温度が決まると、 k と n は一定とみなせるので、電気抵抗は ⑩ に比例し、⑪ に反比例する。この比例定数を ρ とすると、 ρ は ⑫ のように求まる。この ρ を ⑬ といい、国際単位系および抵抗の単位 Ω を用いると、 ρ の単位は、⑭ となる。

(2) 一般に、物質は ρ の大きさによって、導体、半導体、不導体に分けられる。これらのうち、半導体の例として一般によく使用されているものに、ケイ素 (Si) が挙げられる。ケイ素について、次の問いに答えよ。

- ① 純粋なケイ素の温度を室温から上げていくにつれて、 ρ は小さくなることが知られている。その理由を記述せよ。
- ② 一般的に、ケイ素に微量に不純物として混合することで、p 型半導体として用いられる元素の例を一つあげよ。
- ③ 一般的に、ケイ素に微量に不純物として混合することで、n 型半導体として用いられる元素の例を一つあげよ。

〔問3〕1モルの理想気体を、図3のように、体積 V および圧力 P について $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の順にゆっくりと状態変化させた。状態変化 $A \rightarrow B$ は体積 V_A から V_B への定圧変化、状態変化 $B \rightarrow C$ は体積 V_B から V_C への断熱変化、状態変化 $C \rightarrow D$ は体積 V_C での定積変化、状態変化 $D \rightarrow A$ は体積 V_C から V_A への断熱変化である。状態 A での温度を T とする。理想気体の定積モル比熱を C_V 、

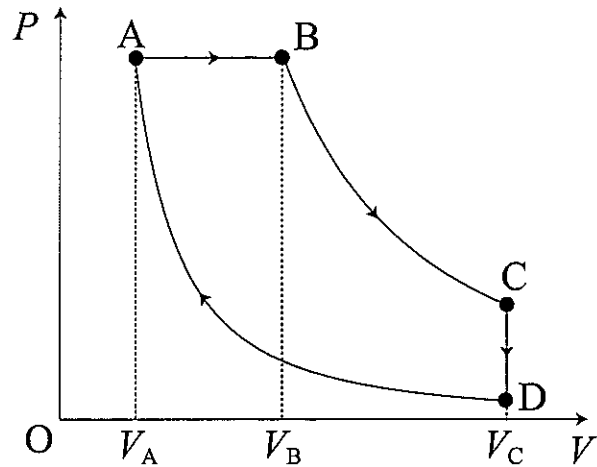


図3

定圧モル比熱を C_P とし、 $\gamma = \frac{C_P}{C_V} > 1$ と

する。また、 $a = \frac{V_B}{V_A}$ 、 $b = \frac{V_C}{V_A}$ とする。次の各問いに答えよ。導出過程も簡潔にまとめて

記し、解答は解答欄に記すこと。

- (1) 状態 B での温度を、 T 、 a 、 b 、 γ のうち必要なものを用いて表わせ。
- (2) 状態 C での温度を、 T 、 a 、 b 、 γ のうち必要なものを用いて表わせ。
- (3) 状態 D での温度を、 T 、 a 、 b 、 γ のうち必要なものを用いて表わせ。
- (4) 状態変化 $A \rightarrow B$ の過程で理想気体に与えた熱量を、 T 、 a 、 b 、 γ 、 C_V 、 C_P のうち必要なものを用いて表わせ。
- (5) 状態変化 $C \rightarrow D$ の過程で理想気体が放出した熱量を、 T 、 a 、 b 、 γ 、 C_V 、 C_P のうち必要なものを用いて表わせ。
- (6) 状態変化 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ を熱機関とみなすとき、この熱機関の熱効率を a 、 b 、 γ を用いて表わせ。

〔問 4〕 図 4 のように、屈折率 n_0 の媒質中に、屈折率 n_1 の物質で作られた半径 a の半球がある。図の点 A、点 B を含む半球の平面の中心 C を通り、平面に垂直に x 軸をとり、 x 軸と半球の球面との交わる点を原点 O とする。また、原点 O を通り、 x 軸に垂直な軸を y 軸とする。 x 軸の負方向にある十分遠くの光源から、 x 軸に垂直な波面を持つ単色平面波の光を半球の球面に入射させた。真空中での光速を c とし、 $n_0 < n_1$ とする。次の各問いに答えよ。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

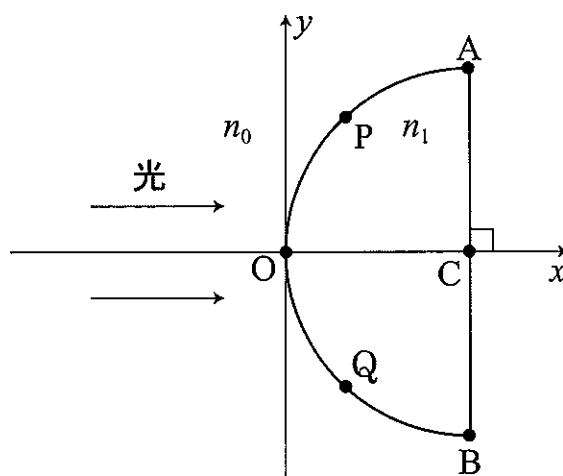


図 4

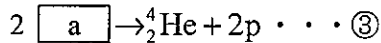
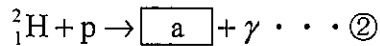
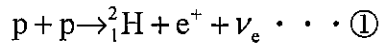
I. 光源から出た一つの波面に着目し、この波面が原点 O に到達した時刻を $t = 0$ とする。 xy 平面内での光について考える。

- (1) 時間 Δt 後に、波面が、図 4 の球面上の点 P および点 P と x 軸対称な点 Q に到達したとする。このときの波面の断面を図示せよ。ただし、反射波は図示しなくて良い。
- (2) 点 P の y 座標を求めよ。
- (3) (1) で描かれた波面と x 軸との交点を点 R とするとき、点 R の x 座標を求めよ。

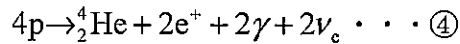
II. 入射光の平面波を、 $y = 0$ の近傍のみに絞った場合を考える。このとき、光は 1 点に集まる、すなわち焦点を持つと考えられる。必要であれば、 θ が小さいときの近似式 $\tan \theta \doteq \sin \theta \doteq \theta$ 、 $\cos \theta \doteq 1$ を用いよ。

- (4) 入射光が半球の平面で屈折しないと仮定したときの、見かけの焦点の x 座標を求めよ。
- (5) 真の焦点の x 座標（焦点距離）を求めよ。
- (6) 焦点距離が $2a$ に等しくなるときの、 $\frac{n_1}{n_0}$ の値を求めよ。解答は小数にしなくてもよい。

〔問5〕太陽の内部では、水素原子核（陽子） p について、次のような核反応が起こっていると考えられている。



e^+ は陽電子、 ν_e は電子ニュートリノ、 γ は光子である。①、②、③で放出される熱量（反応熱）をそれぞれ、 Q_1 [J]、 Q_2 [J]、 Q_3 [J]とする。これらの反応をまとめると、



となる。この核反応によって、太陽が毎年放出する熱量を Q_0 [J]とする。陽子の質量を m_p [kg]、陽電子の質量を m_e [kg]、真空中の光速を c [m/s]として、次の各問いに答えよ。ただし、電子ニュートリノの質量は非常に小さいので無視して良い。導出過程が必要な問題は導出過程も簡潔にまとめて記し、単位が必要なものは単位を付して解答し、解答は解答欄に記すこと。

- (1) 反応式①より、重水素原子核（重陽子） ${}^2_1\text{H}$ の質量を求めよ。
- (2) 反応式②で合成される原子核 $\boxed{a}$ を、質量数および原子番号を付記した元素記号で答えよ。
- (3) ④で放出される熱量を求めよ。

以下の問いでは、(3)で求めた熱量を Q_4 [J]として用いよ。

- (4) 1 kg の水素原子核をすべて ${}^4_2\text{He}$ に変換するとき発生する熱量を求めよ。
- (5) 太陽内部の核反応がすべて上記の反応であると仮定した場合、太陽が1年間に失う水素原子核の質量を求めよ。

以下の問いでは、数値で答えよ。

- (6) 太陽がすべて水素原子核でできていると仮定した場合、すべての水素原子核がなくなるまでの時間は何年か、有効数字1桁で求めよ。ただし、太陽の質量を 2×10^{30} kg、 $Q_0 = 1.2 \times 10^{34}$ J、 $Q_4 = 3.954 \times 10^{12}$ J、 $m_p = 1.6726 \times 10^{-27}$ kg とする。