藤田医科大学

1．（1） xy 平面において，曲線 $C: y=x^3-x$ の $x=0$ における法線 l の傾きは $\square$ であり，曲線 C と法線 l と直線 $x=1$ と $x=-1$ で囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\dfrac{\square}{\square}\pi$ である．

（2） $\left(\dfrac{\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)}{\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{9}\right)}\right)^n=1$ を満たす最小の自然数 n の値は $\square$ である．ただし，i は虚数単位である．

（3） 2 次方程式 $x^2-2ax+4a+5=0$ の解 α と β が実数となるように実数 a の範囲を定める．$\alpha^2+\beta^2$ は $a=\square$ のとき最小となる．

（4） 1 個のサイコロを続けて投げ 1 が 10 回出たところで終了する．ちょうど n 回投げて終了する確率を p_n とするとき，p_n を最大とする最小の n は $\square$ である．

（5） $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+x}+2x\right)=\dfrac{\square}{\square}$ である．

（6） 数列 $\{a_n\}$ が $a_1=1,\ a_{n+1}=a_n+n^2-n$ を満たすとき，a_n が 2025 を超える最小の自然数 n は $\square$ である．

（7） $\angle$OAB を直角とする直角三角形 OAB がある．辺 OA を $a:b$ に内分する点を P，辺 OB を $b:(a+b)$ に内分する点を Q とし，AQ と BP の交点を R とする．OA ＝ QB のとき，$\angle$PRQ ＝ $\square°$ である．ただし，a, b は正の実数とする．

（8） 実数で定義される関数 $f(x)=3^{2x}+3^{-2x}+3^{x+1}-3^{-x+1}$ の最小値は $\dfrac{\square}{\square}$ である．

（9） 5 人の身長 (cm) のデータ 161　185　163　179　167 の分散は $\square$ である．

2． 2 つの放物線 $C_1: y=x^2+2(k+1)x+4k+3$ と $C_2: y=x^2+2(k-1)x-4k+3$ があり，直線 l が 2 つの放物線の両方に接している．ただし，k は実数とする．次の問いに答えよ．

（1） 直線 l の方程式を求めよ．

（2） C_1 と C_2 および直線 l により囲まれた部分の面積を求めよ．

3． m, n を整数とする．$6^m=2^n+4$ を満たす (m, n) の組をすべて求めよ．